المراجعة النهائية

أكمل

١) الأوتار المتوازية تحصران قوسان ...
٢) قياس القوس الذي يساوي $\frac{1}{4}$ قياس الدائرة = ...
٣) قياس القوس هو قياس الزاوية بينما طول القوس هو جزء من ....
٤) قياس نصف الدائرة ... بينما طول نصف الدائرة ....
٥) قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية ....
٦) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف الدائرة ...
٧) قياس القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٦٠° يساوي ...
٨) طول القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٩٠° في دائرة محيطها ٦٠ سم = ...
٩) الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس في الدائرة ....
١٠) قياس الزاوية الخارجة عند أي رأس من رؤوس الشكل الرباعي الدائري تساوي ...
١١) إذا كان الشكل الرباعي دائرياً فإن كل زاويتين متقابلتين فيه ....
١٢) يكون الشكل الرباعي دائرياً إذا وجدت نقطة في المستوى تبعد عن كل رأس من رؤوسه ...
١٣) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس الزاوية ...
١٤) المماسان المرسومان من طرفي وتر في دائرة ...
١٥) المماسان المرسومان من طرفي قطر في دائرة ...
١٦) القطعتان المماستان المرسومتان لدائرة من نقطة خارجها ...
١٧) مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع ...
١٨) مجموع قياسي الزاويتين من الشكل الرباعي الدائري ...
١٩) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس ...
٢٠) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه في الدائرة ...
٢١) دائرة محيطها ٣٦ سم فإن قياس قوس منها طوله ٦ سم يكون ...
٢٢) قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}\pi$ نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ...
٢٣) مساحة المربع الذي طول قطره $4\sqrt{2}$ سم = ... سم^2
٢٤) منصفات الزوايا الداخلة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة هي ...
٢٥) قياس نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق = ...

١٦) في الشكل الرباعي الدائري أ ب حـ د إذا كان: ق(∠ب) = ٣٠° فإن ق(∠د) = ...

١٧) الدائرة الداخلة للمثلث هي الدائرة التي .... لأضلاعه من الداخل

١٨) إذا كان أ ب حـ د شكلاً رباعياً دائرياً فيه ق(∠أ) = ½ ق(∠حـ) فإن ق(∠أ) = ...

١٩) إذا رسم المربع أ ب حـ د داخل دائرة م فإن: ق(أب⌒) = ...

٢٠) إذا كان أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م تماسها في نقطتي ب ، حـ
فإن: $\overleftrightarrow{أم}$ يكون محور تماثل لـ ....

٢١) الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر من الدائرة ....

٢٢) قياس الزاوية المحيطية يساوي .... المقابل لها

٢٣) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ... [مستطيل ، معين ، متوازي أضلاع ، شبه منحرف قائم]

٢٤) عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متباعدتين ...

٢٥) طول القوس الذي يمثل نصف دائرة = ... [½ π نق ، π نق ، ١٨٠° ، ٩٠°]

٢٦) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

٢٧) قياس الزاوية المركزية ... قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس

٢٨) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون ....

٢٩) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة ...

٣٠) قياس الزاوية المحصورة بين مماس الدائرة ووتر فيها يساوي ... القوس المحصور بين ضلعيها

٣١) النسبة بين قياس الزاوية المحيطية إلى قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس
هي ... [٢ : ١ ، ١ : ٢ ، ١ : ١ ، ٣ : ١]

٣٢) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ⅓ دائرة يساوي ...

٣٣) إذا كان أب ، أحـ قطعتين مماستين للدائرة م عند ب ، حـ فإن $\overleftrightarrow{أم}$ محور ...

٣٤) عدد المماسات المرسومة لدائرة من نقطة خارجها = ...

٣٥) كل الآتية تقع رؤوسها على دائرة واحدة ما عدا ...
[المستطيل ، المربع ، المثلث ، متوازي الأضلاع]

٣٦) أ ب حـ د شكل رباعي دائري فيه ق(∠أ) = ق(∠حـ) = ٢ ق(∠ب) فإن ق(∠ب) = ...

٣٧) الزاوية المركزية التي قياسها ٣٦٠° تقابل قوساً طوله = ... محيط الدائرة

٣٨) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة ...

٣٩) قوس من دائرة طوله ½ π نق سم فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها ...

٤٠) أ ب حـ مثلث متساوي الأضلاع تمر برؤوسه دائرة واحدة فإن: ق(أب⌒) = ...°

٢

٥١) إذا تساوى قياسا قوسين في دائرة فإن وتريهما ......

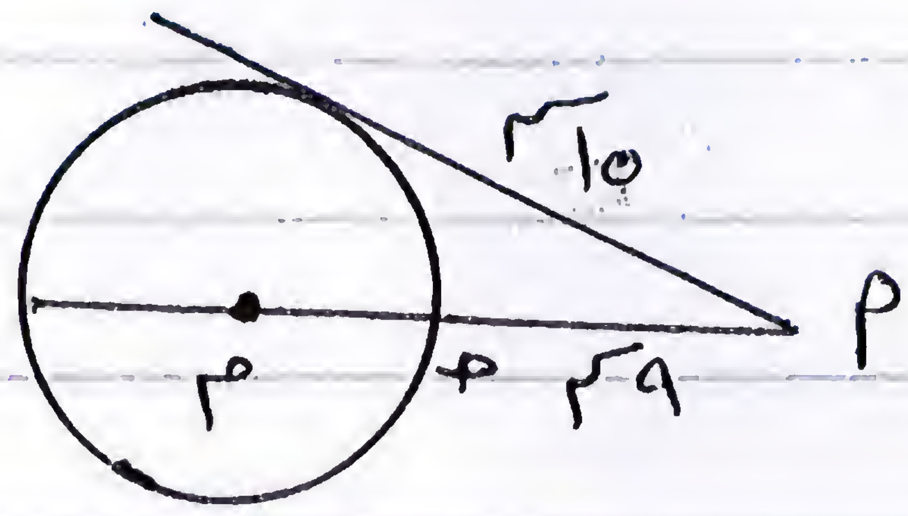
٥٢) دائرة محيطها ٤٠ سم يكون طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ٤٥° = ...

٥٣) ،، ،، ،، ،،

إختر الإجابة الصحيحة :-

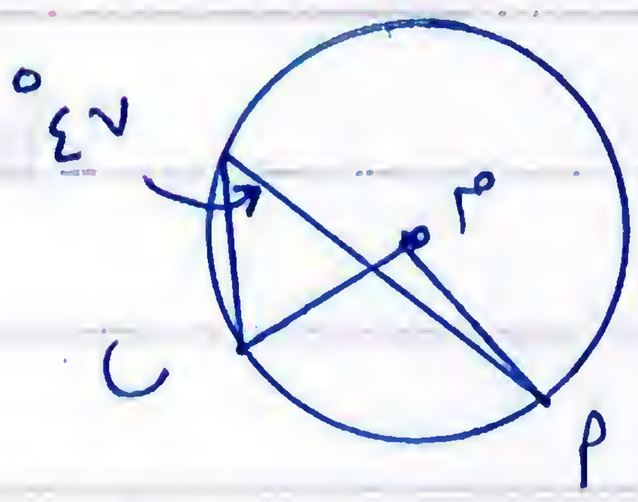
١) طول نصف قطر الدائرة م = ... سم

[٥ ، ٨ ، ١٠ ، ١٦]



٢) ق(أ م ب) = ص + ١٠

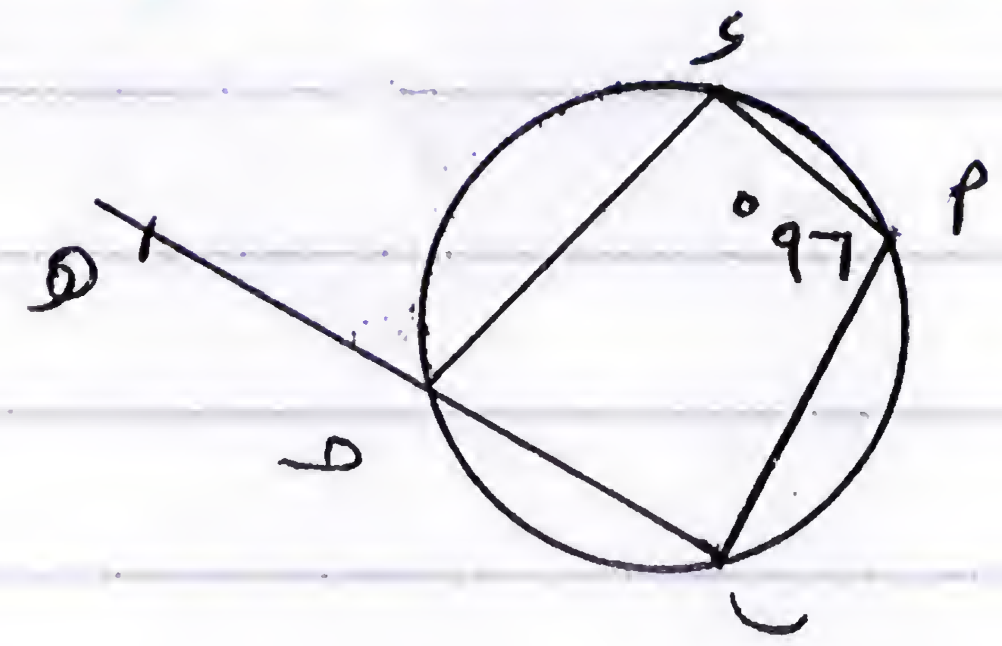
فإن قيمة ص = ... [٤٣° ، ٤٧° ، ٩٤° ، ٨٤°]



٣) من الشكل المقابل :

ق(د جـ هـ) = ص - ٤

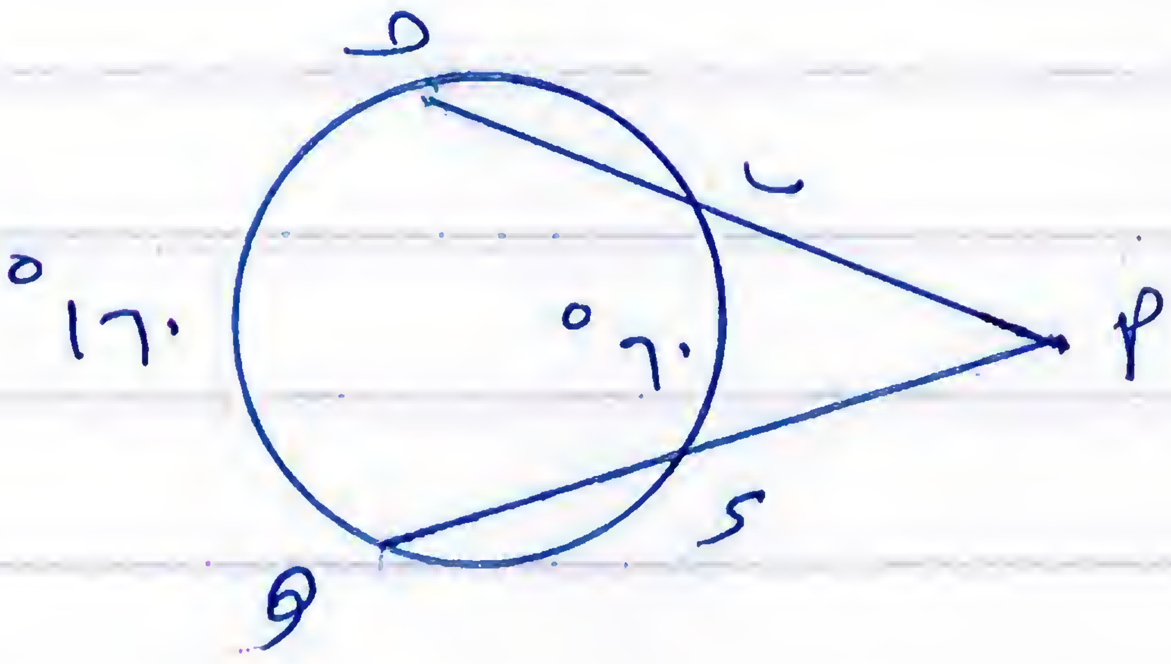
فإن : ص = ...



٤) من الشكل المقابل :

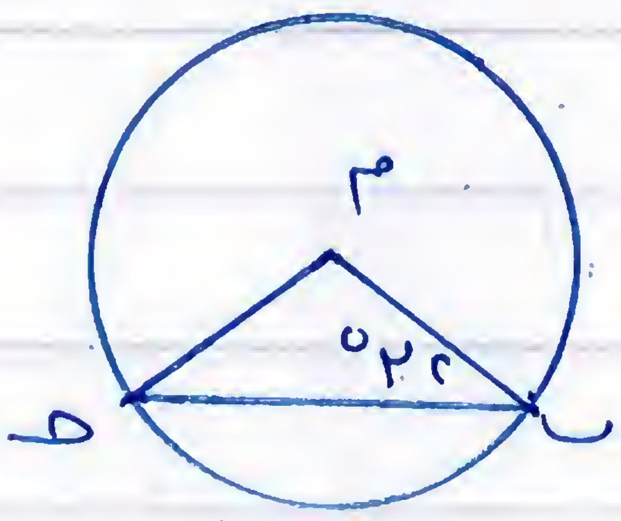
ق(ب د) = ٦٠° ، ق(جـ هـ) = ١٦٠° فإن

ق(أ) = ... [٥٠° ، ٦٠° ، ١١٠° ، ١٦٠°]



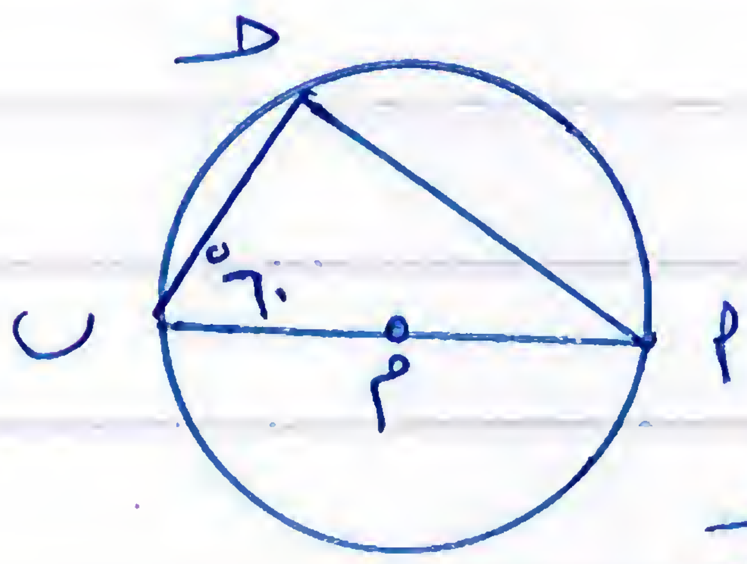
٥) من الشكل المقابل :

ق(ب جـ) = ...° [١٦ ، ٣٢ ، ٦٤ ، ١١٦]



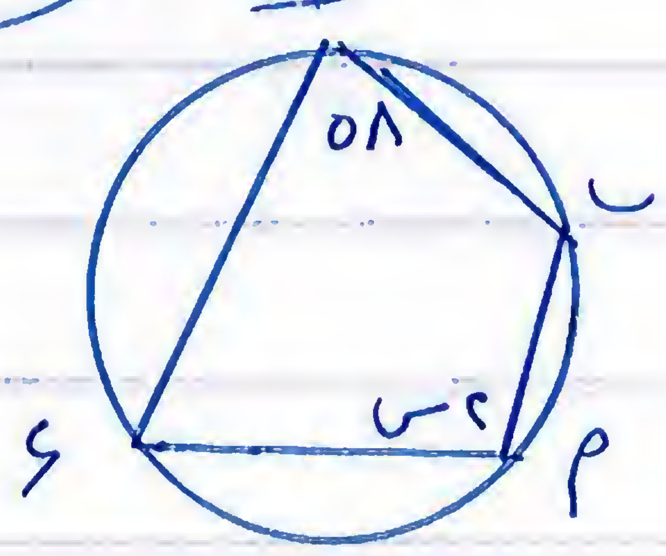
٦) من الشكل المقابل : دائرة م ، أ ب قطر فيها فإذا كان :

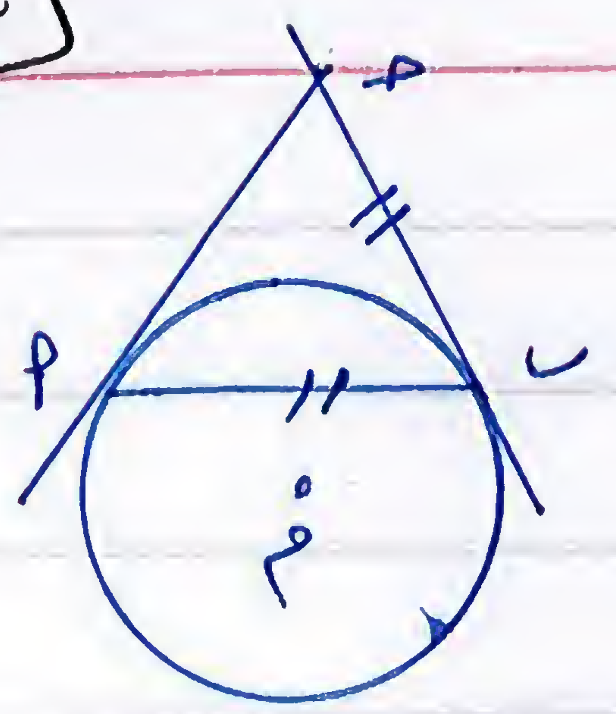
ق(ب) = ٦٠° ، ب جـ = ٣ سم فإن طول قطر الدائرة = ...



٧) من الشكل المقابل : ق(جـ) = ٥٨° ، ق(أ) = ٢ س°

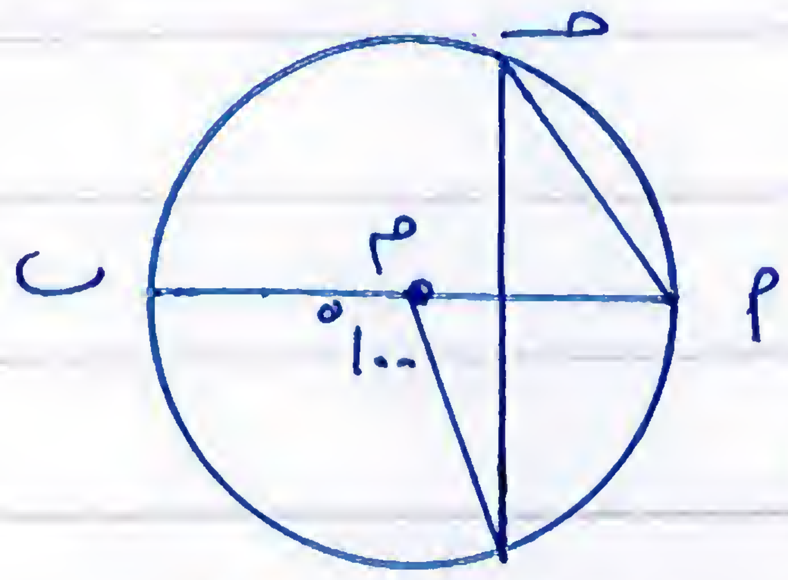
فإن قيمة س = ... [٥٨° ، ٢٢° ، ١١٩° ، ٦١°]





٨) من الشكل المقابل: حـ ب ، حـ أ مماسان للدائرة م

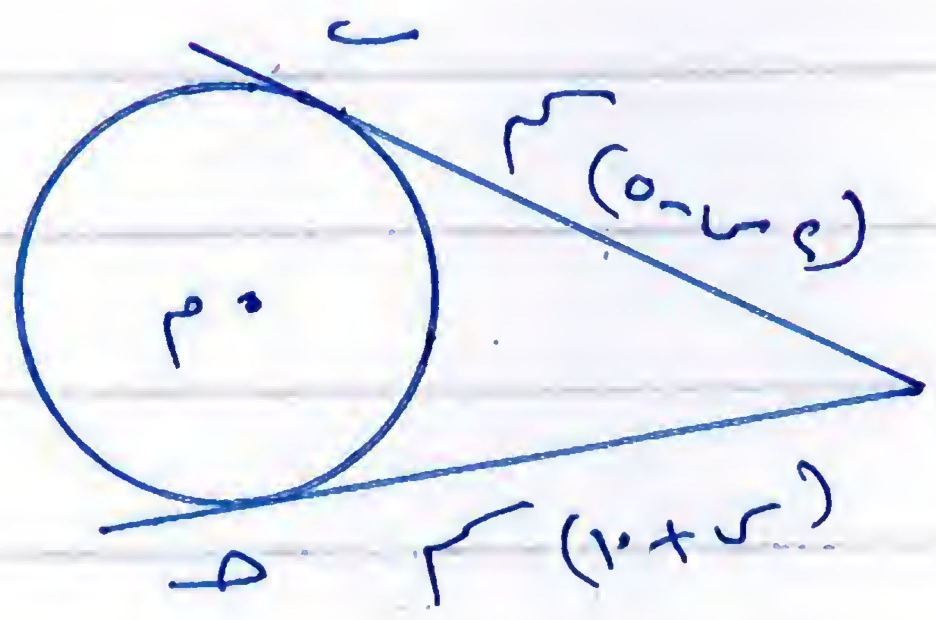
حـ ب = ب أ فإن: ق(حـ^) = ... [٦٠° ، ٣٠° ، ٩٠° ، غير ذلك]



٩) من الشكل المقابل: دائرة مركزها م

، ق(د م^ ب) = ١٠٠°

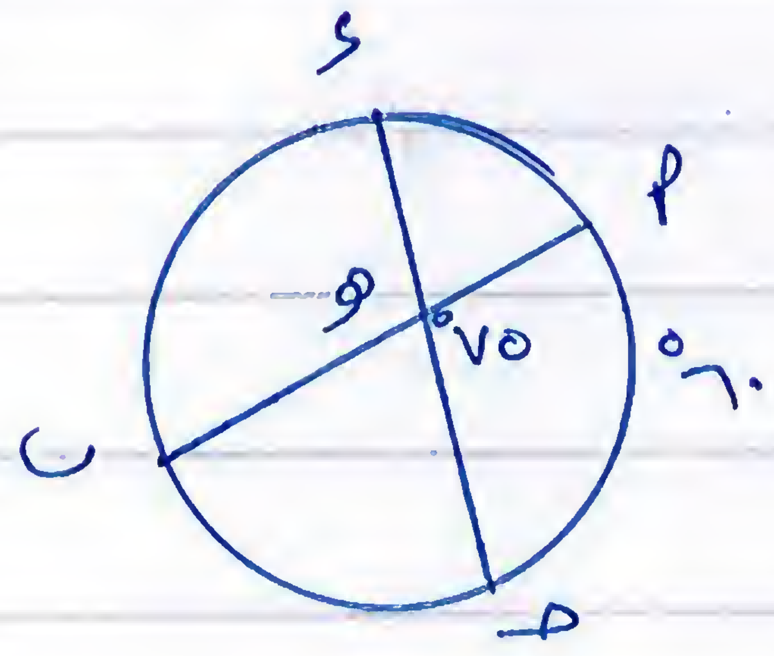
فإن: ق(أ حـ^ د) = ...° [٥٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، ٨٠]



١٠) من الشكل المقابل: أب ، أحـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، أب = (٢س − ٥) سم ، أحـ = (س + ١٠) سم

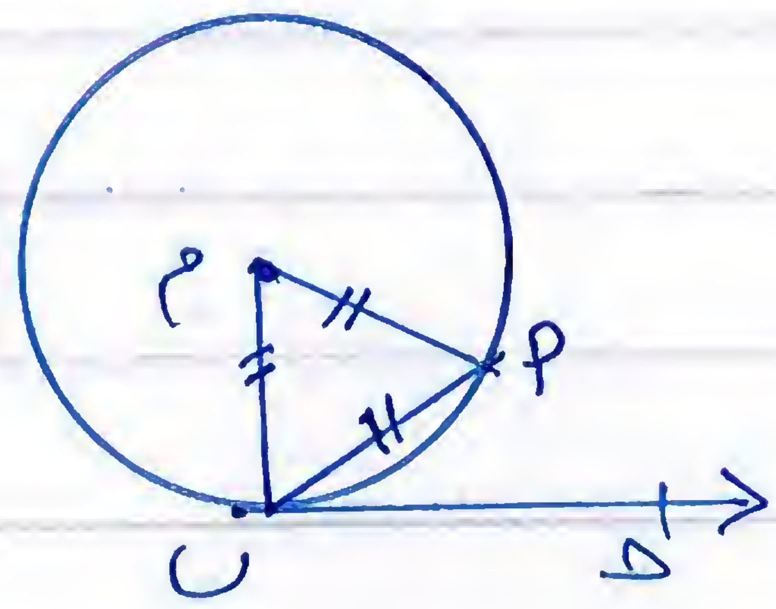
فإن س = ... سم [٥ ، ١٥ ، ١٠ ، ٢,٥]



١١) من الشكل المقابل: ق(أ هـ^ حـ) = ٧٥°

ق(أ⌒حـ) = ٦٠° فإن ق(ب⌒د) = ...

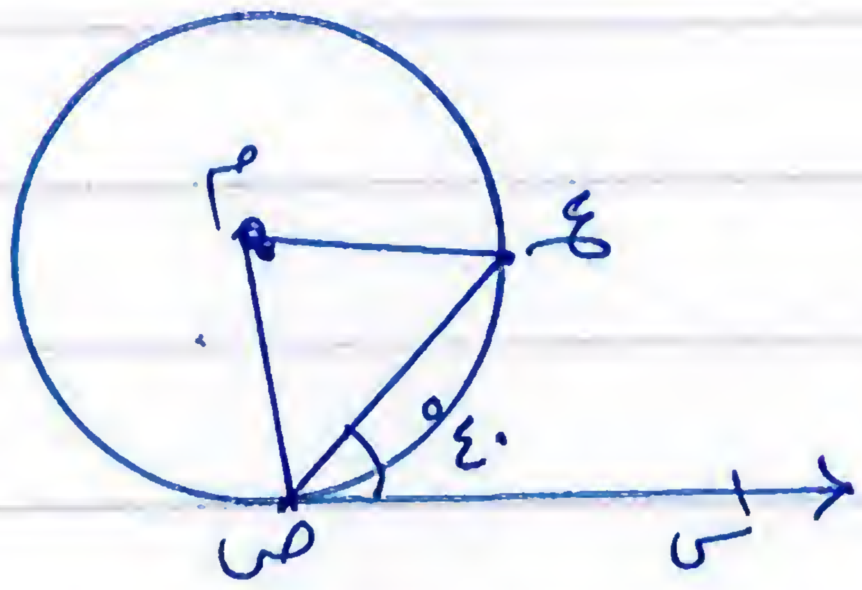
[٩٠ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٢١٠]



١٢) من الشكل المقابل:

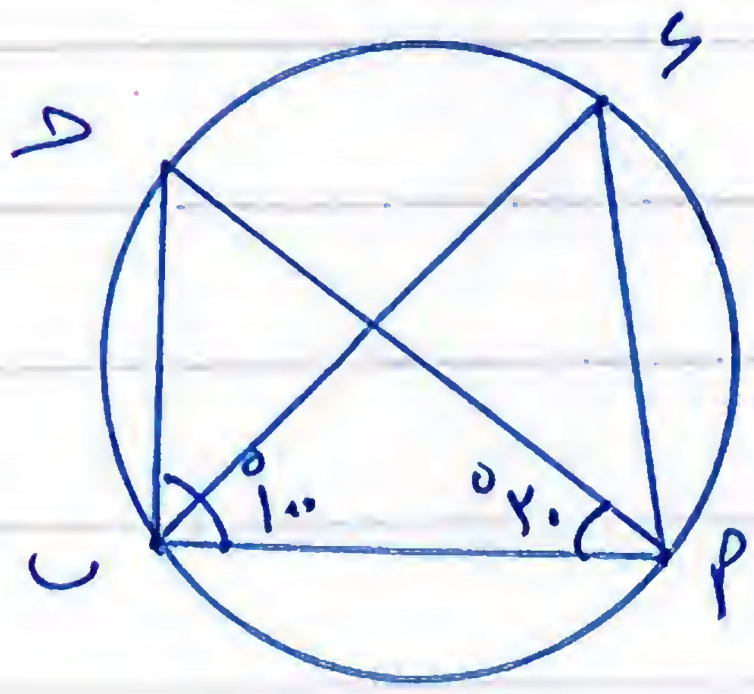
ب حـ مماس للدائرة م

فإن: ق(أ ب^ حـ) = ... °



١٣) من الشكل المقابل: إذا كانت م دائرة ، ص س مماس للدائرة عند ص ، ق(س ص^ ع) = ٤٠°

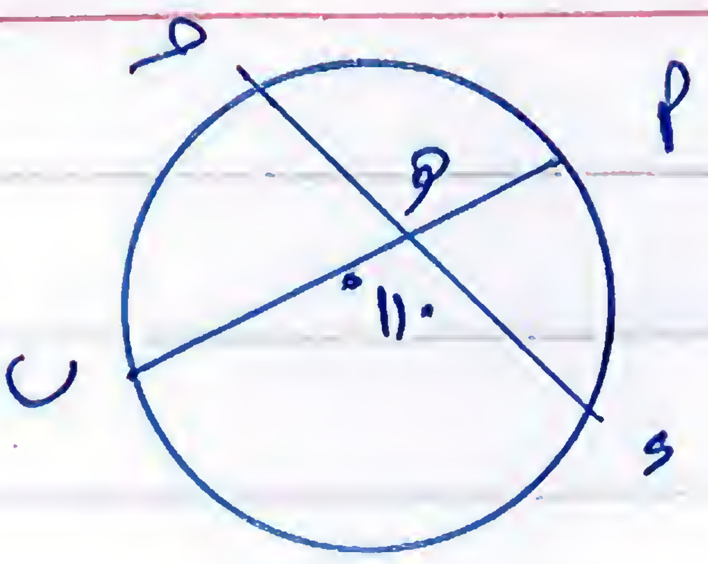
فإن ق(ص م^ ع) = ... [٢٠° ، ٤٠° ، ٨٠° ، ١٠٠°]



١٤) من الشكل المقابل:

إذا كان: ق(أ ب^ حـ) = ١٠٠° ، ق(ب أ^ حـ) = ٣٠°

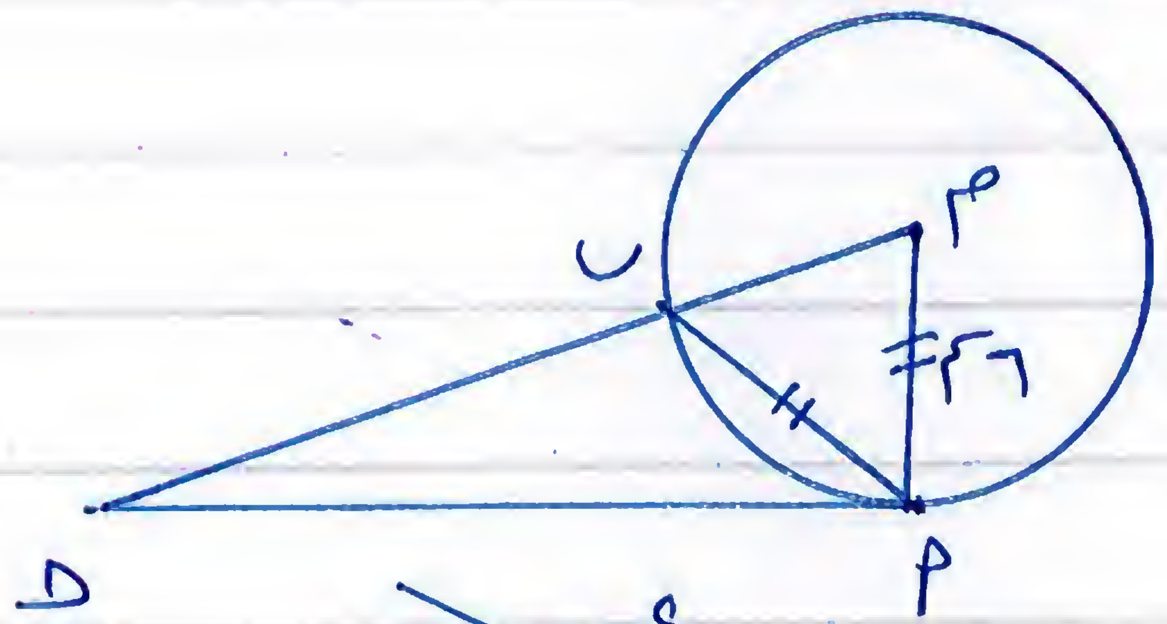
فإن ق(أ د^ ب) = ...



(١٥) من الشكل المقابل:

ق(أ جـ) + ق(د ب) = ... °

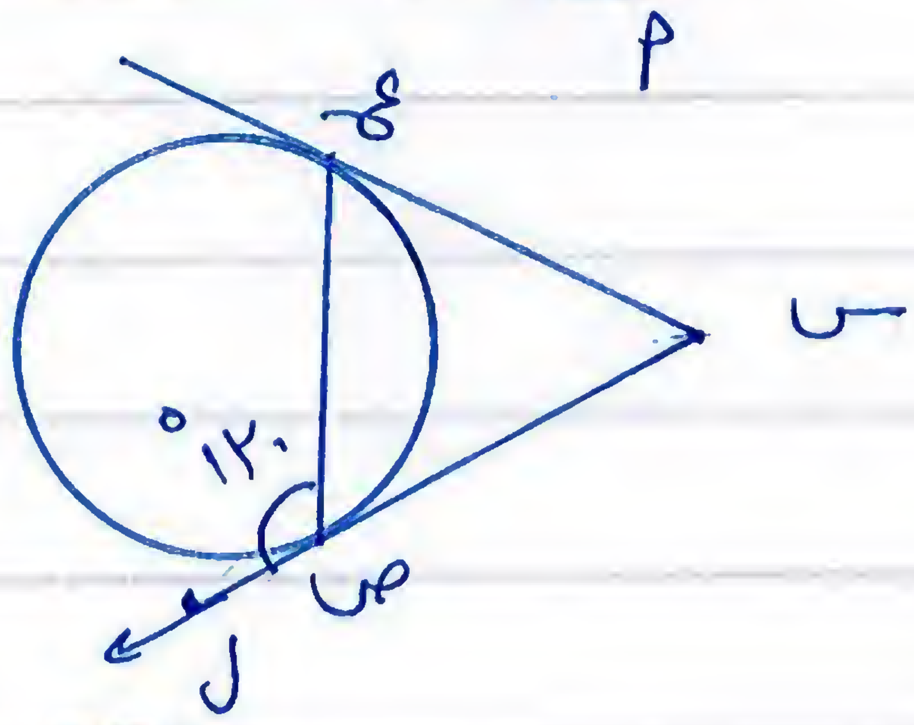
، ق(أ د) + ق(جـ ب) = ... °



(١٦) من الشكل المقابل: جـ أ مماس للدائرة م عند أ

، أ م = م ب = ٦ سم فإن ق(جـ) = ... °

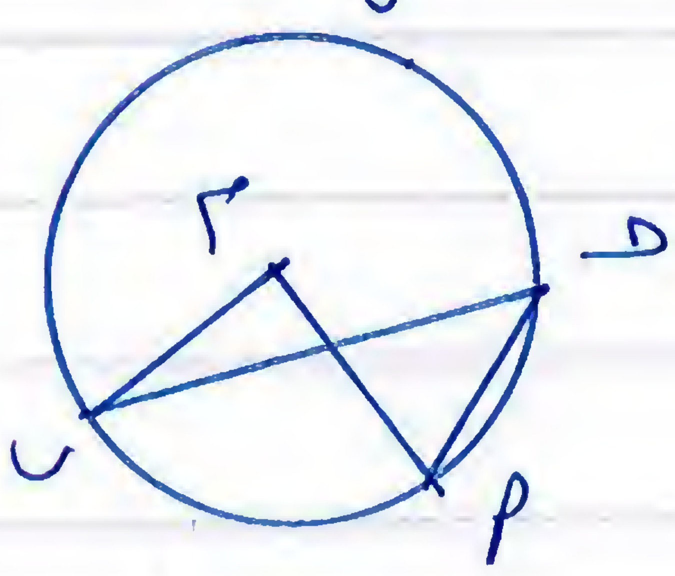
، أ جـ = ...



(١٧) من الشكل المقابل: س ص ، س ع مماسان

للدائرة عند ص ، ع ، ق(ل ص ع) = ١٣٠°

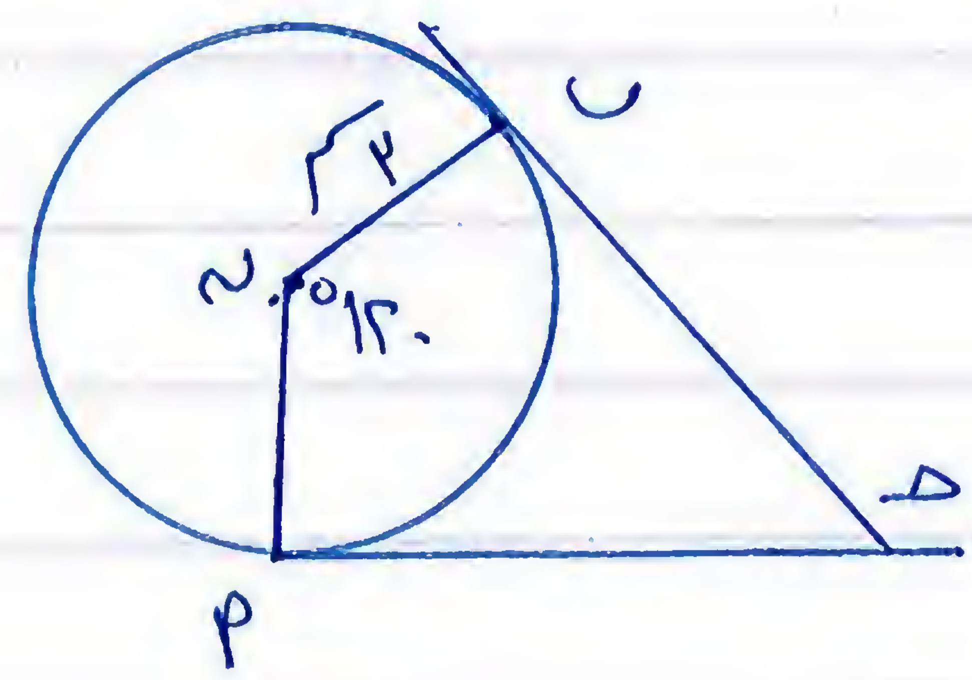
فإن ق(س) = ... [٥٠ ، ٦٥ ، ٨٠ ، ١٠٠]



(١٨) من الشكل المقابل: دائرة مركزها م ،

ق(جـ) + ق(أ م ب) = ٩٠°

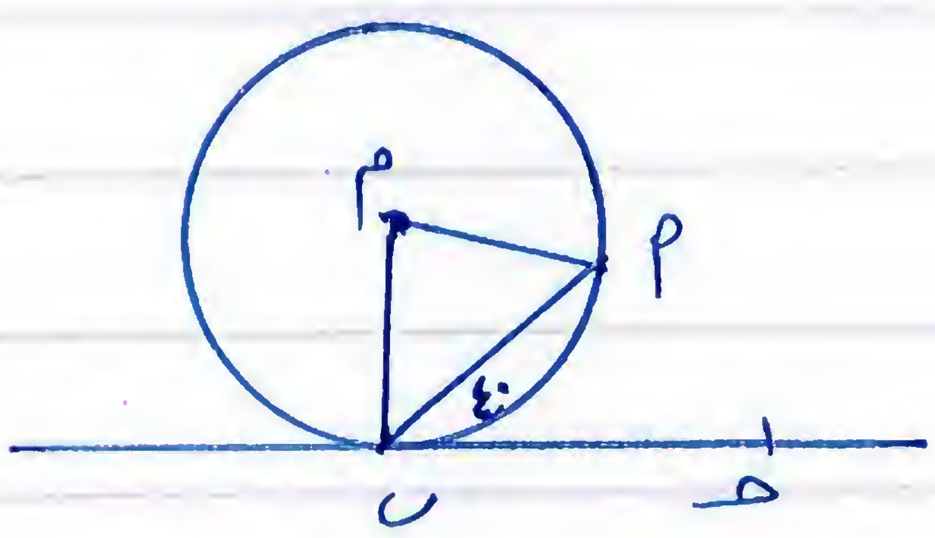
فإن: ق(جـ) = ...



(١٩) من الشكل المقابل: دائرة طول نصف قطرها ٢ سم

، أ جـ ، جـ ب مماسان لها فإذا كان: ق(أ م ب) = ١٢٠°

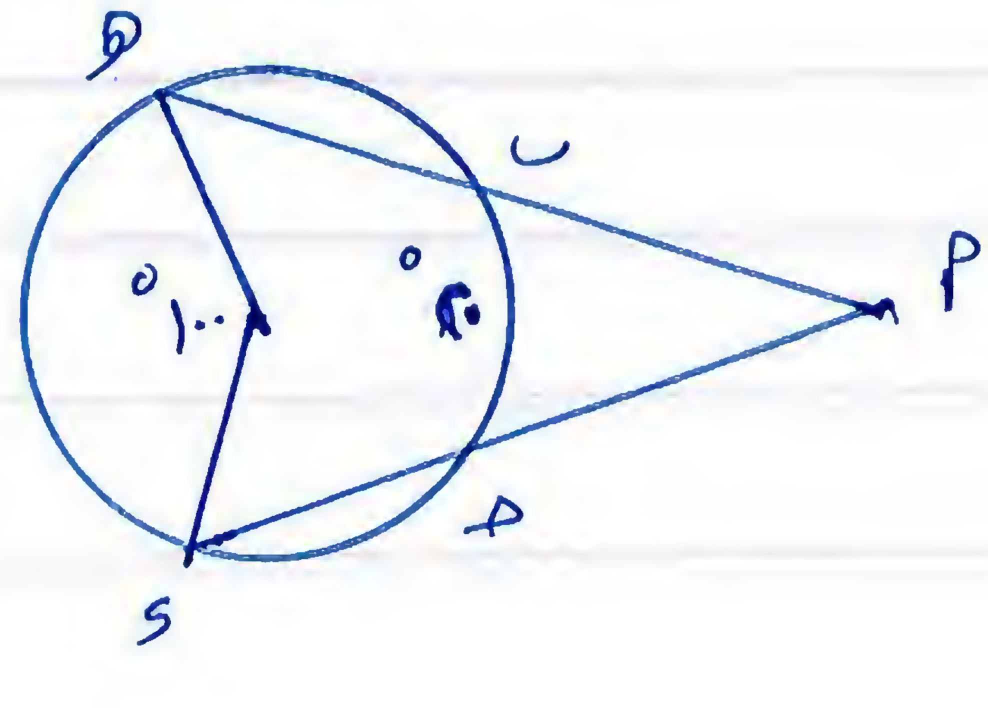
فإن: ب جـ = ... سم



(٢٠) من الشكل المقابل: م دائرة ، ب جـ مماس للدائرة عند ب

ق(أ ب جـ) = ٤٠° ، ق(م) = ٣س − ١٠°

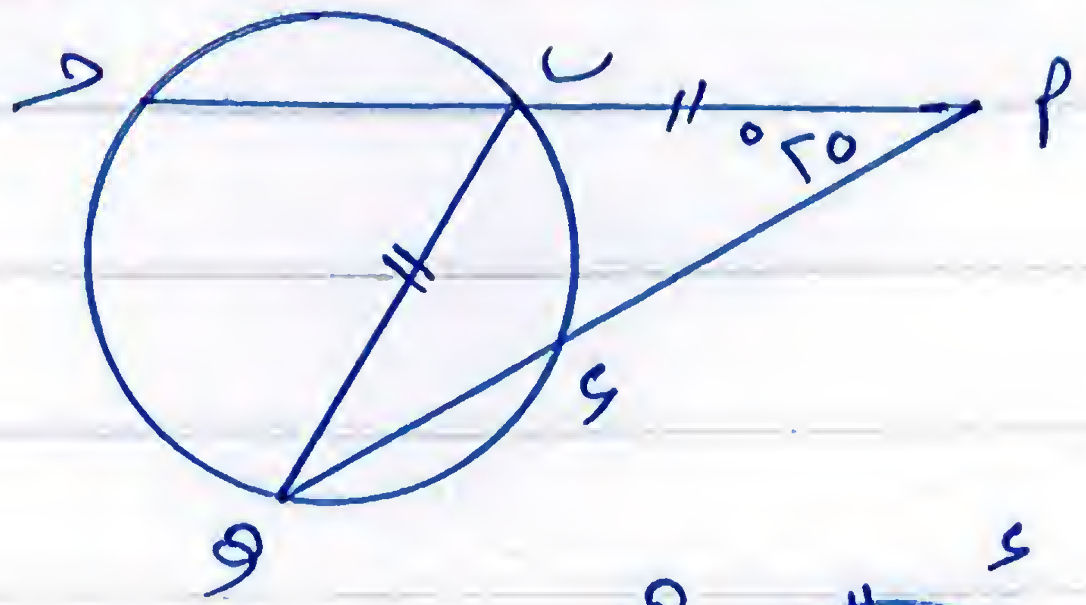
فإن قيمة س = ... [٤٠ ، ٨٠ ، ٣٠ ، ٢٠]



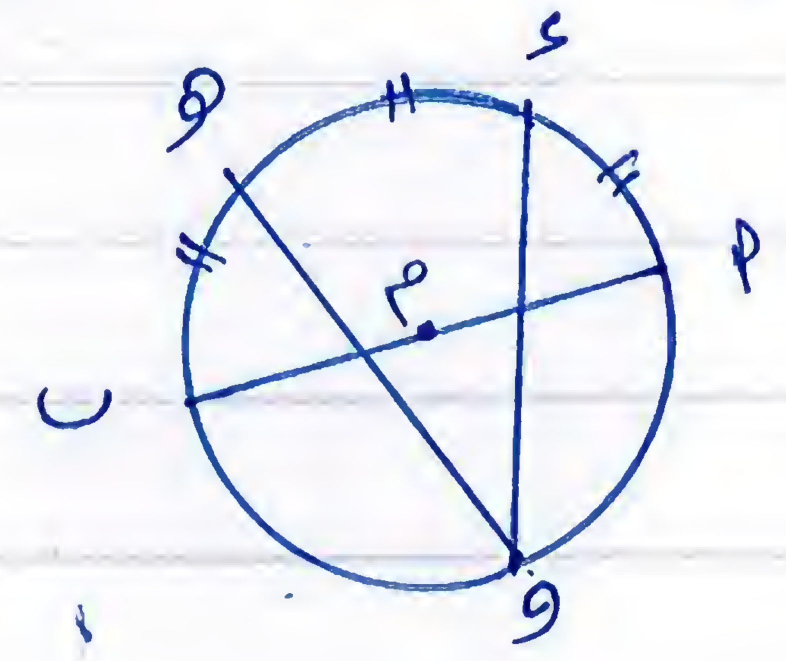
(٢١) من الشكل المقابل: أ نقطة خارج الدائرة م

ق(ب جـ) = ٢٠° ، ق(د م هـ) = ١٠٠°

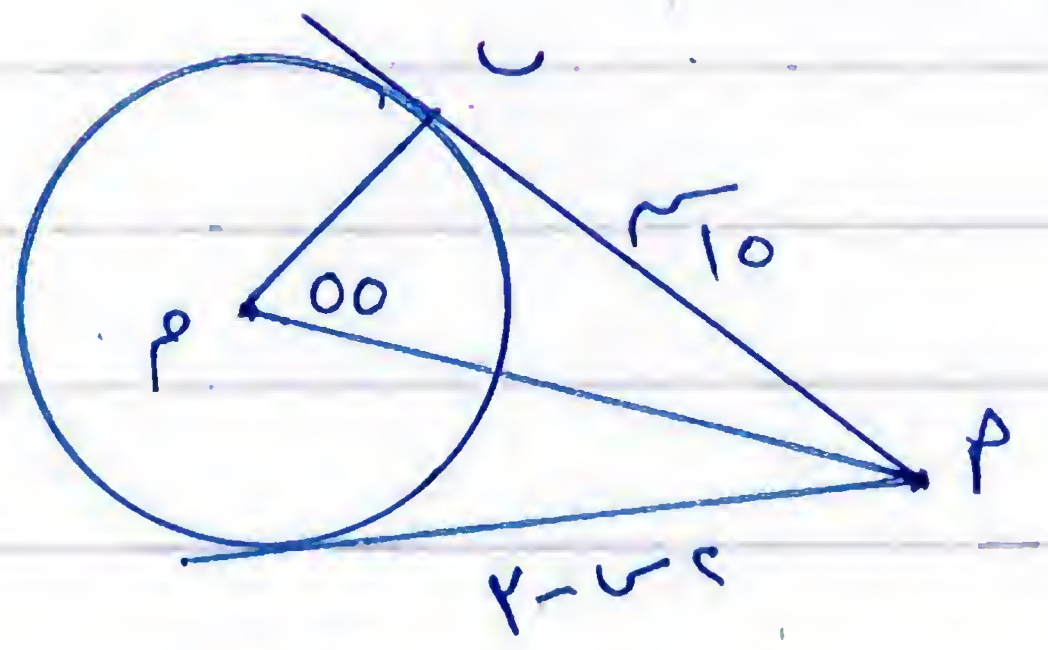
فإن ق(أ) = ... [٤٠ ، ٨٠ ، ٣٥ ، ٢٠]



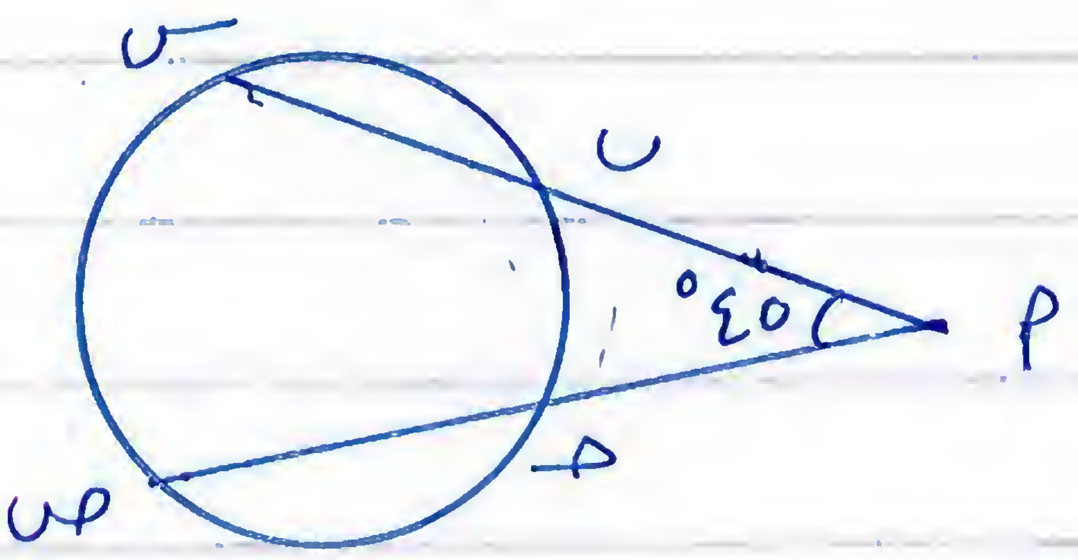
٢٢) في الشكل المقابل: أب = ب هـ
ق(∠هـ أ د) = ٢٥°
فإن ق(د هـ⌒) = ... [٢٥° ، ٥٠° ، ٧٥° ، ١٠٠°]



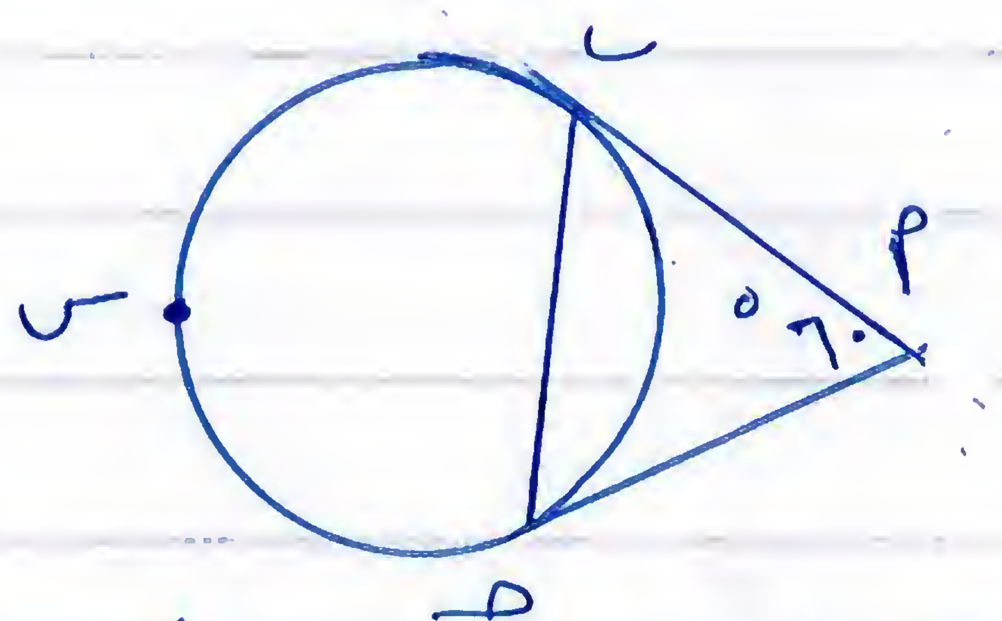
٢٣) أب قطر في الدائرة م ، فإذا كان:
ق(أ د⌒) = ق(د هـ⌒) = ق(هـ ب⌒)
فإن: ق(∠د و هـ) = ... [٢٥ ، ٦٠ ، ٣٠ ، ٤٥]



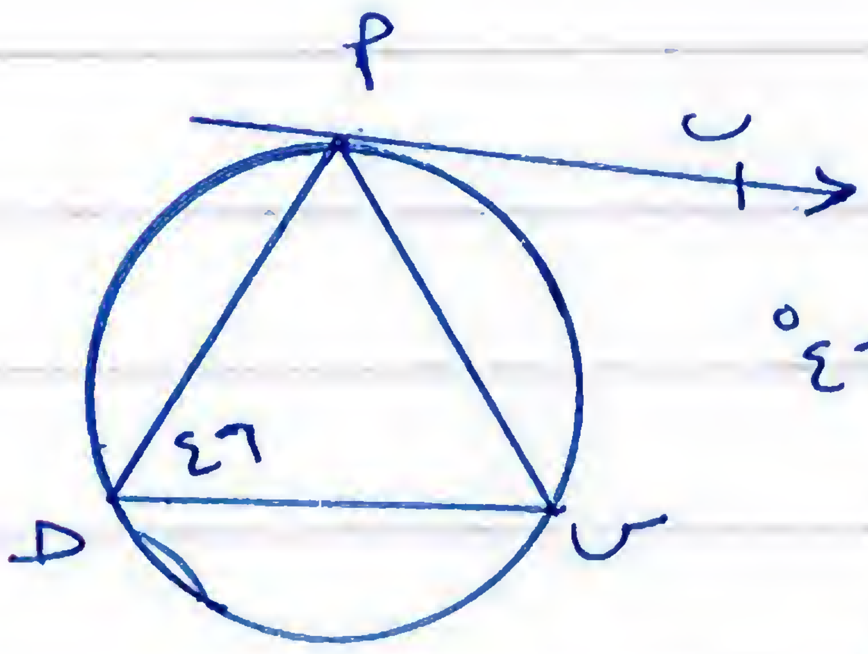
٢٤) أب ، أد مماسان للدائرة م ، ق(∠ب م أ) = ٥٥°
فإن ق(∠م أ د) = ...
، إذا كان أب = ١٥سم ، أد = (٢س - ٣) سم فإن س = ...



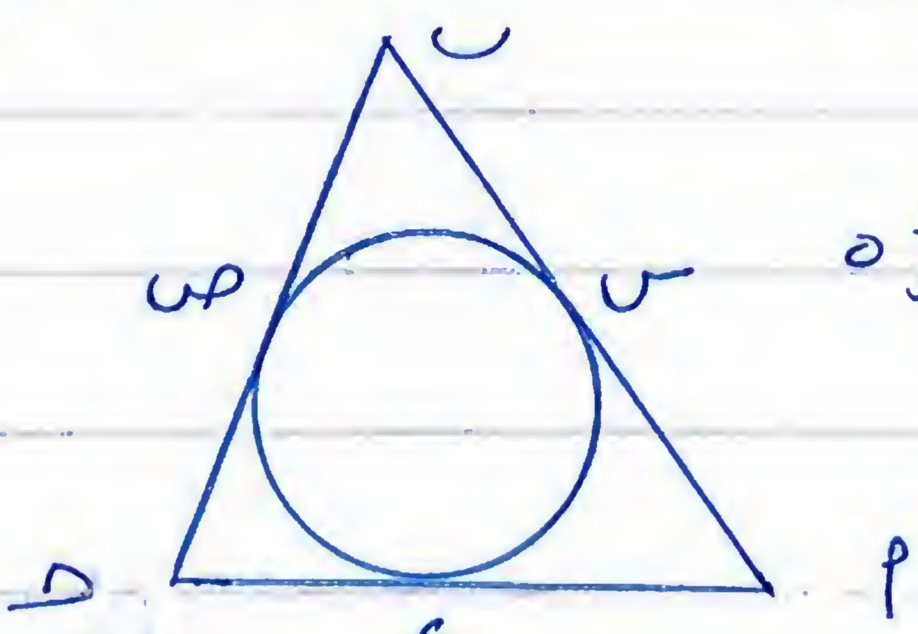
٢٥) في الشكل المقابل: إذا كان: ق(∠س أ ص) = ٤٥° فإن
ق(س ص⌒) - ق(ب د⌒) = ...



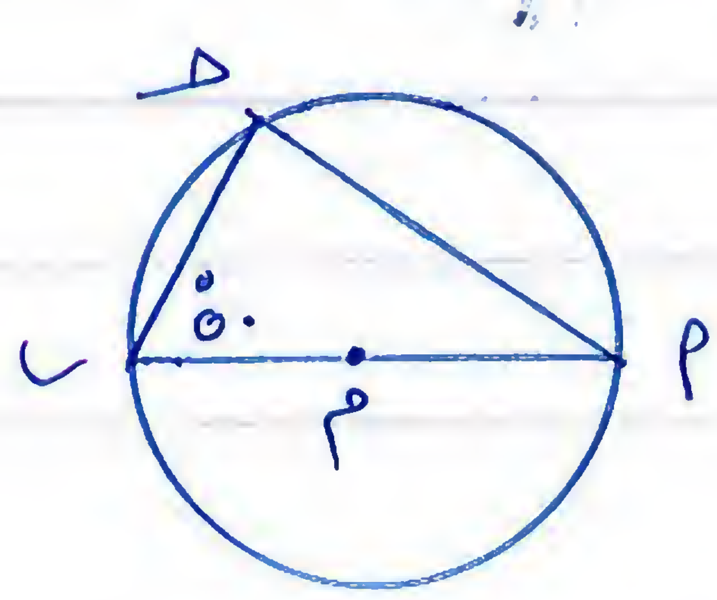
٢٦) في الشكل المقابل:
ق(ب س د⌒) = ...
[٦٠° ، ٢٤٠° ، ١٨٠° ، ١٢٠°]



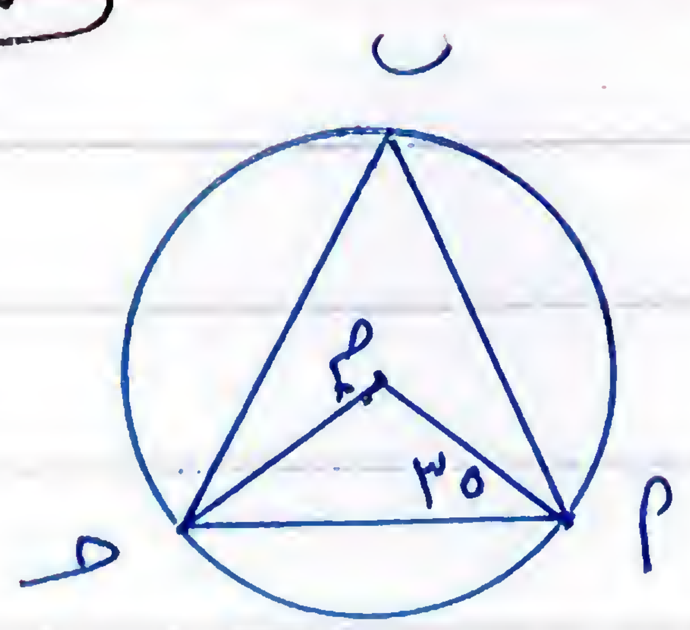
٢٧) في الشكل المقابل: أب مماس للدائرة في أ وكان ق(∠أ د س) = ٤٦°
فإن ق(∠ب أ س) = ... [٤٤° ، ٢٣° ، ٩٢° ، ٤٦°]



٢٨) في الشكل المقابل: أ ب د مثلث مرسوم خارج دائرة
أ س = ٤ سم ، ب ص = ٣ سم ، د ع = ٢ سم
فإن محيط Δ أ ب د = ...



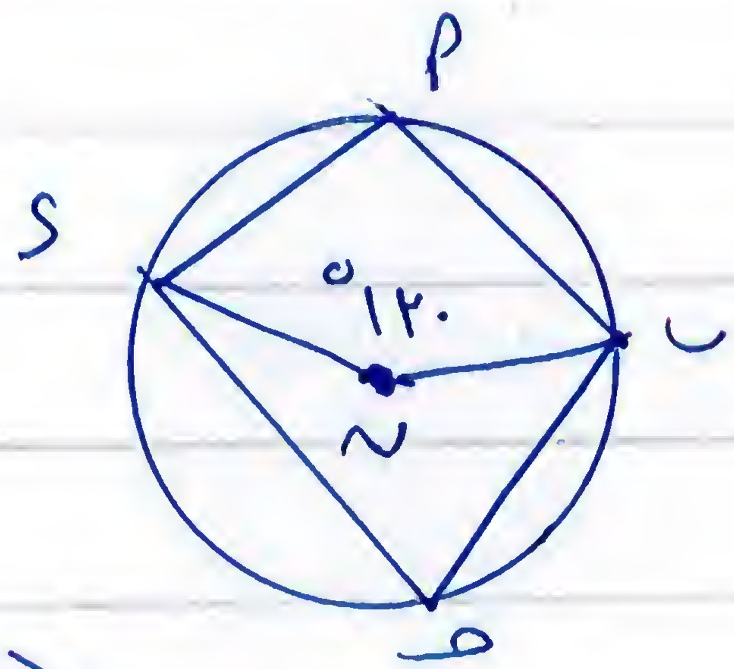
٢٩) أب قطر في الدائرة م ، ق(∠أ ب د) = ٥٠°
فإن: ق(ب د⌒) = ... [٤٠° ، ٥٠° ، ٨٠° ، ١٠٠°]



(٣٠) من الشكل المقابل :

م دائرة ق(∠م أ ح) = ٣٥°

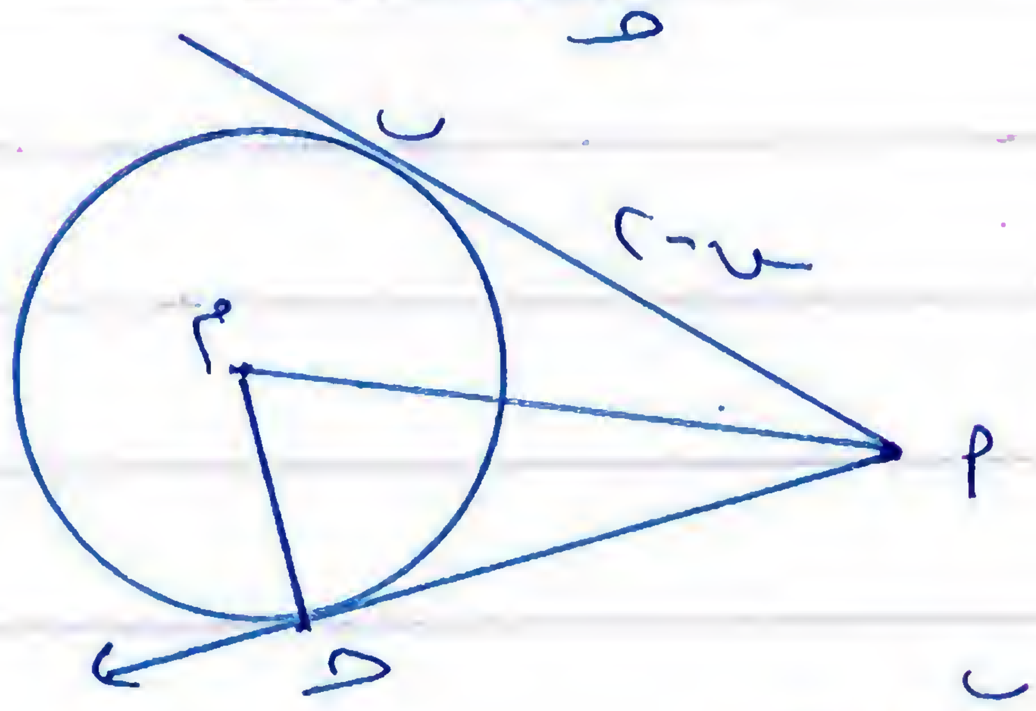
فإن ق(∠أ ب ح) = ... [٧٠° ، ٥٥° ، ٢٥° ، ٥٠°]



(٣١) أ ب ح ء رباعي مرسوم داخل دائرة مركزها م فإذا كان :

ق(∠ب م ء) = ١٣٠° فإن ق(∠ب أ ء) = ---

[٥٠° ، ١٢٠° ، ٦٥° ، ١١٥°]

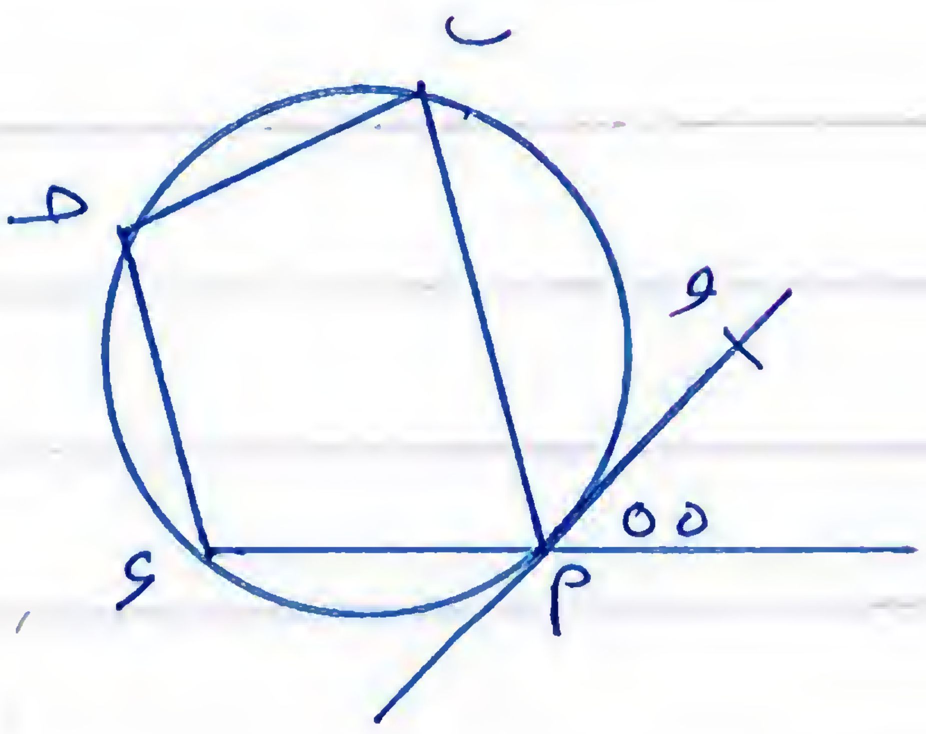


(٣٢) من الشكل المقابل

أب ، أح مماسان للدائرة م فإذا كان

م أ = ٥ سم ، م ح = ٣ سم ، أ ب = (س-٣) سم

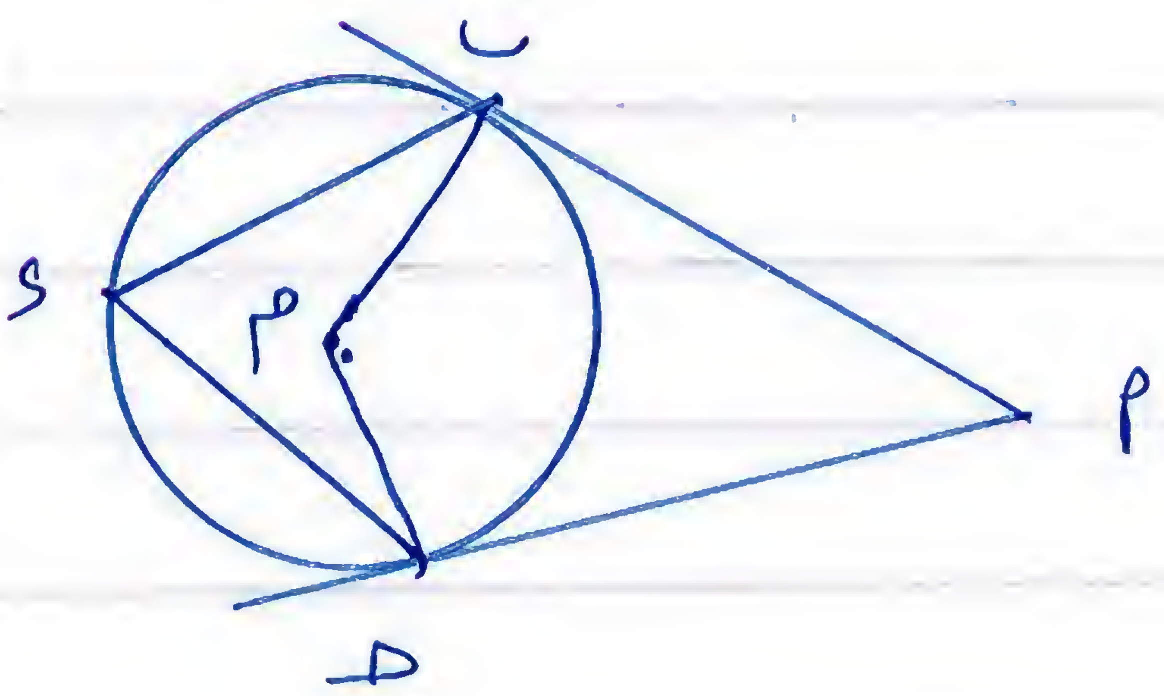
فإن س = --- [٣ ، ٤ ، ٦ ، ٥]



(٣٣) هـ ∈ ء أ ، أ و ينصف ∠ ب أ هـ

ق(∠هـ أ و) = ٥٥°

فإن : ق(∠ب ح ء) = ... [٥٥° ، ٩٠° ، ١١٠° ، ١٢٠°]

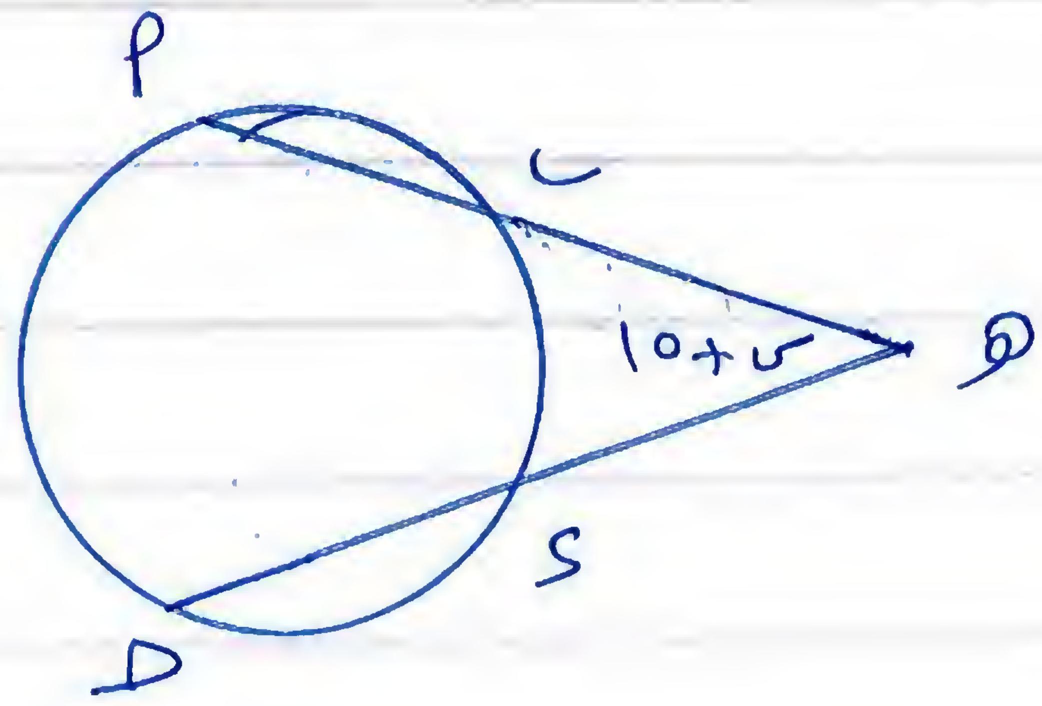


(٣٤) من الشكل المقابل :

أب ، أح مماسان للدائرة م عند ب ، ح

ق(∠ب أ ح) = ٤٠°

فإن ق(∠ب ء ح) = ...

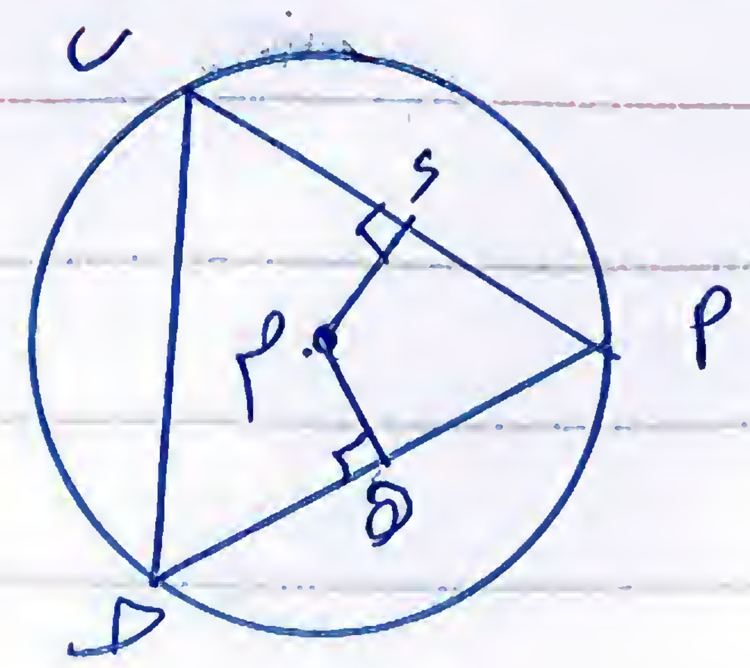


(٣٥) من الشكل المقابل :

إذا كان ق(أ⌒ح) = ١٠٠°

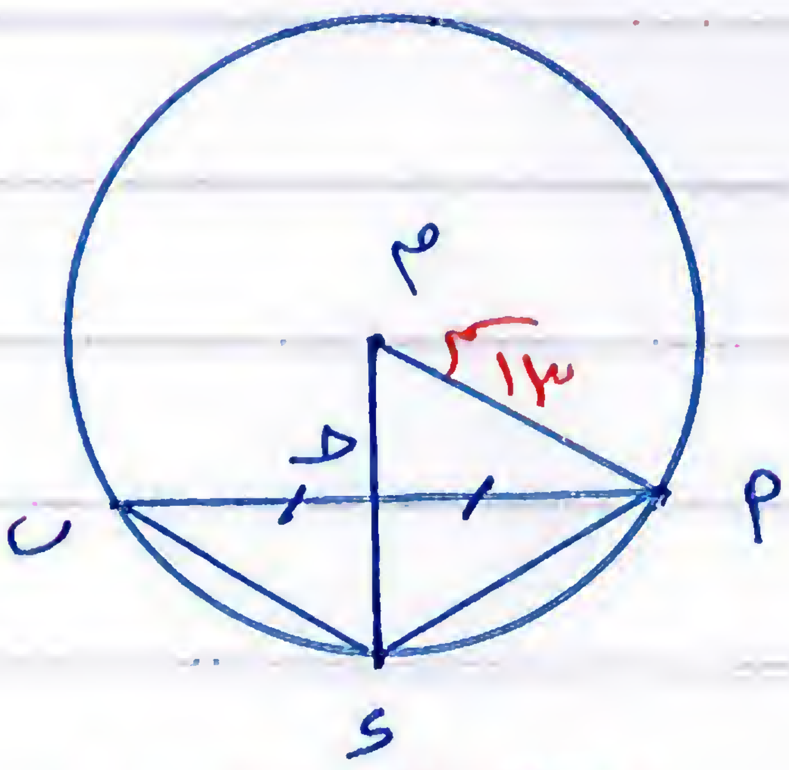
ق(ب⌒ء) = ٤٠°

فإن س = ...



١) في الشكل المقابل:
أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م ، م ء ⊥ $\overline{أحـ}$
، م هـ ⊥ $\overline{أب}$. اثبت أن : ء هـ // ب حـ
وإذا كان ب حـ = ٨ سم أوجد ء هـ

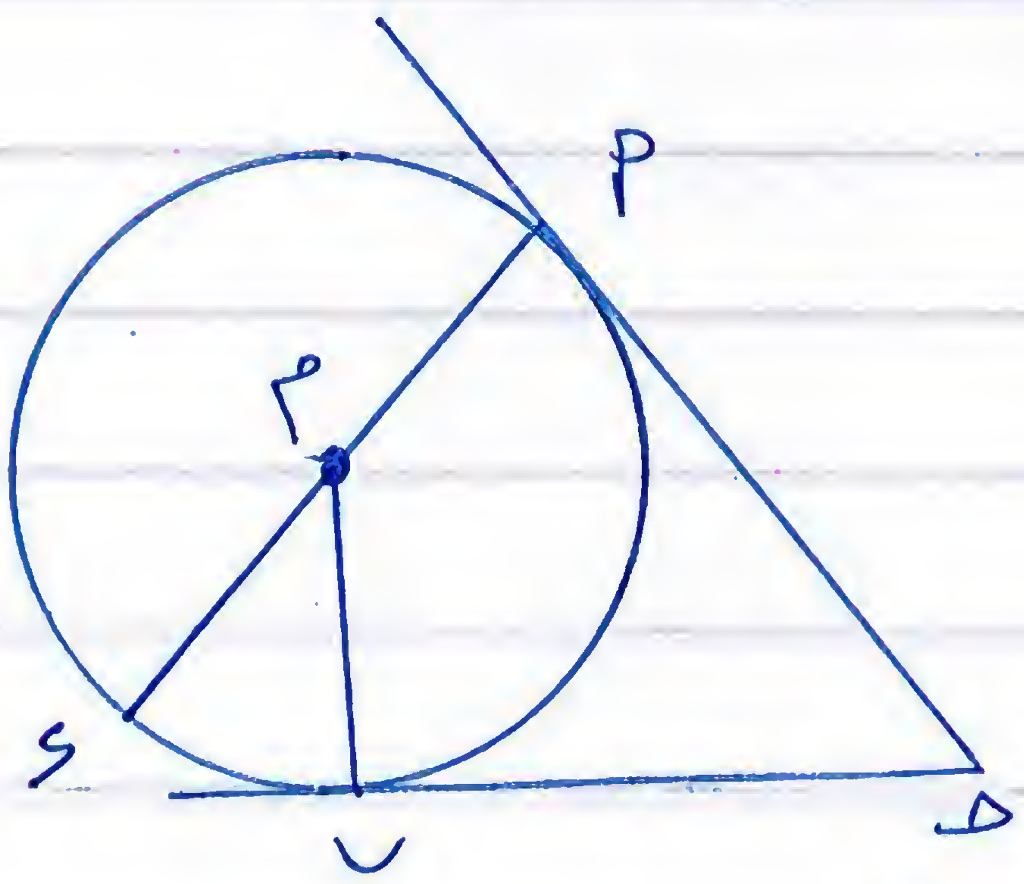
الحل: ∵ $\overline{مء}$ ⊥ $\overline{أب}$ ∴ ء منتصف $\overline{أب}$
∵ $\overline{مهـ}$ ⊥ $\overline{أحـ}$ ∴ هـ منتصف $\overline{أحـ}$
في △ أ ب حـ ∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$
∴ $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$ (أولاً)
، ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ ∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ × ٨ = ٤ سم (ثانياً)



٢) في الشكل المقابل: دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٣ سم
$\overline{أب}$ وتر فيها طوله ٢٤ سم ، حـ منتصف $\overline{أب}$
رسم $\overline{محـ}$ فقطع الدائرة في ء ، أوجد
أولاً: طول م حـ ثانياً: م (△ أ ء ب)

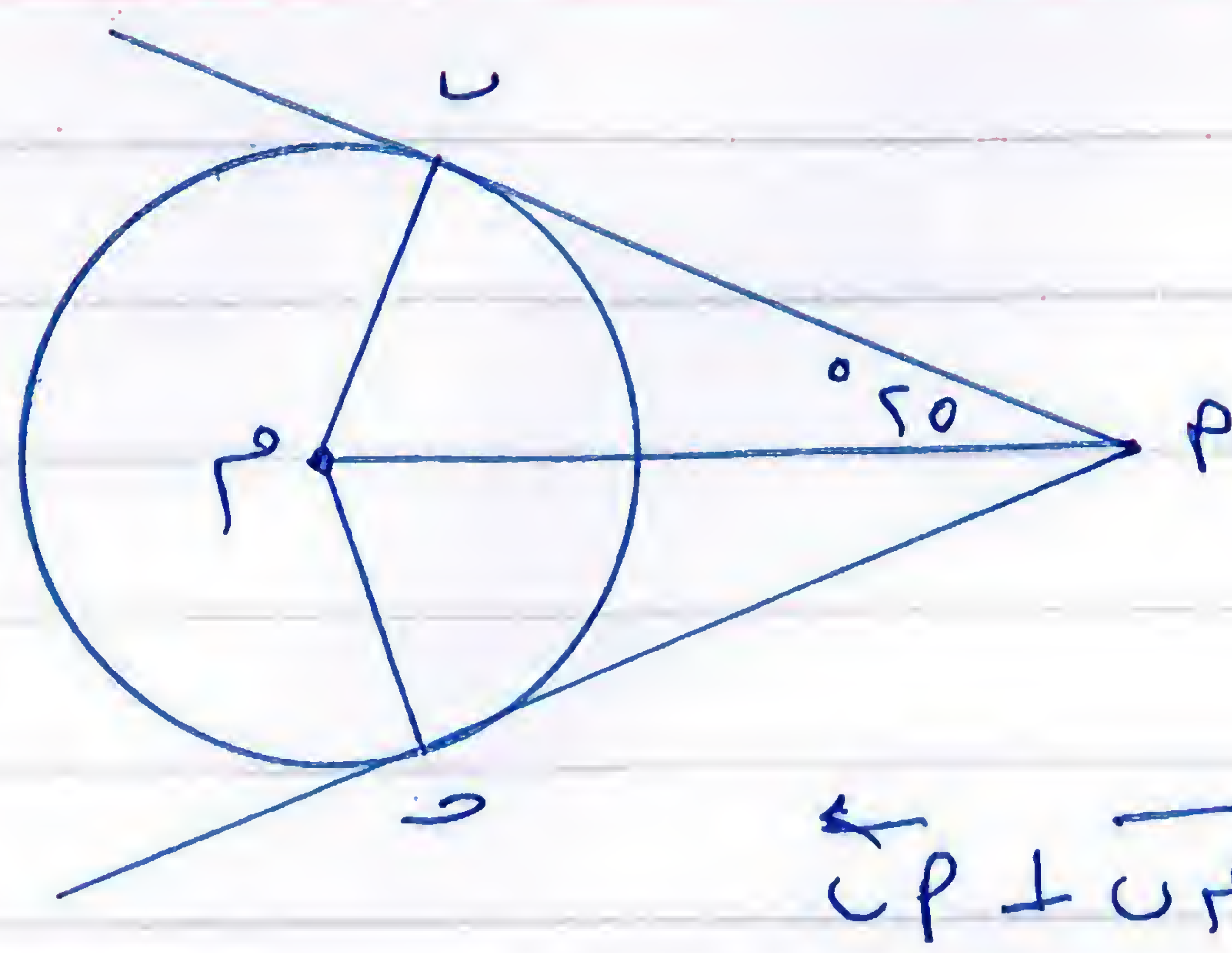
الحل: ∵ حـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ أ حـ = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ سم
في الدائرة م ∵ حـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{محـ}$ ⊥ $\overline{أب}$
في △ أ م حـ القائم في حـ
(م حـ)^2 = (أ م)^2 − (أ حـ)^2 = (١٣)^2 − (١٢)^2 = ٢٥
∴ م حـ = ٥ سم
∴ حـ ء = م ء − م حـ = ١٣ − ٥ = ٨ سم
∴ م △ أ ء ب = $\frac{1}{2}$ × أ ب × ء حـ = $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ٨ = ٩٦ سم^2

أ/ أحمد عمر



٣) في الشكل المقابل: $\overline{أء}$ قطر في دائرة مركزها م ، $\overleftrightarrow{حـأ}$ ، $\overleftrightarrow{حـب}$
مماسان للدائرة عند أ ، ب اثبت أن: ق(∠ ء م ب) = ق(∠ أ حـ ب)

الحل: ∵ $\overleftrightarrow{حـأ}$ مماس للدائرة عند أ ∴ $\overline{مأ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{حـأ}$
∵ $\overleftrightarrow{حـب}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{مب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{حـب}$
∴ ق(∠ حـ أ م) + ق(∠ حـ ب م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°
وهما متقابلتان ∴ الشكل أ حـ ب م رباعي دائري
∴ ق(∠ ء م ب) = ق(∠ أ حـ ب) خارجة عن الرباعي الدائري



(٤) في الشكل المقابل :

$\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة م يمسانها عند ب ، جـ

ق(∠ب أ م) = ٢٥°

أولاً : اثبت أن $\overrightarrow{أم}$ ينصف ∠ب م جـ

ثانياً : أوجد ق(∠ب م جـ)

الحل ∵ $\overrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند ب ∴ $\overline{مب} \perp \overrightarrow{أب}$

∵ $\overrightarrow{أجـ}$ مماس للدائرة م عند جـ ∴ $\overline{مجـ} \perp \overrightarrow{أجـ}$

∆∆ أ ب م ، أ جـ م

فيهما

ق(∠أ ب م) = ق(∠أ جـ م) = ٩٠°

ب م = جـ م = نق

$\overline{أم}$ ضلع مشترك

أ/ أحمد

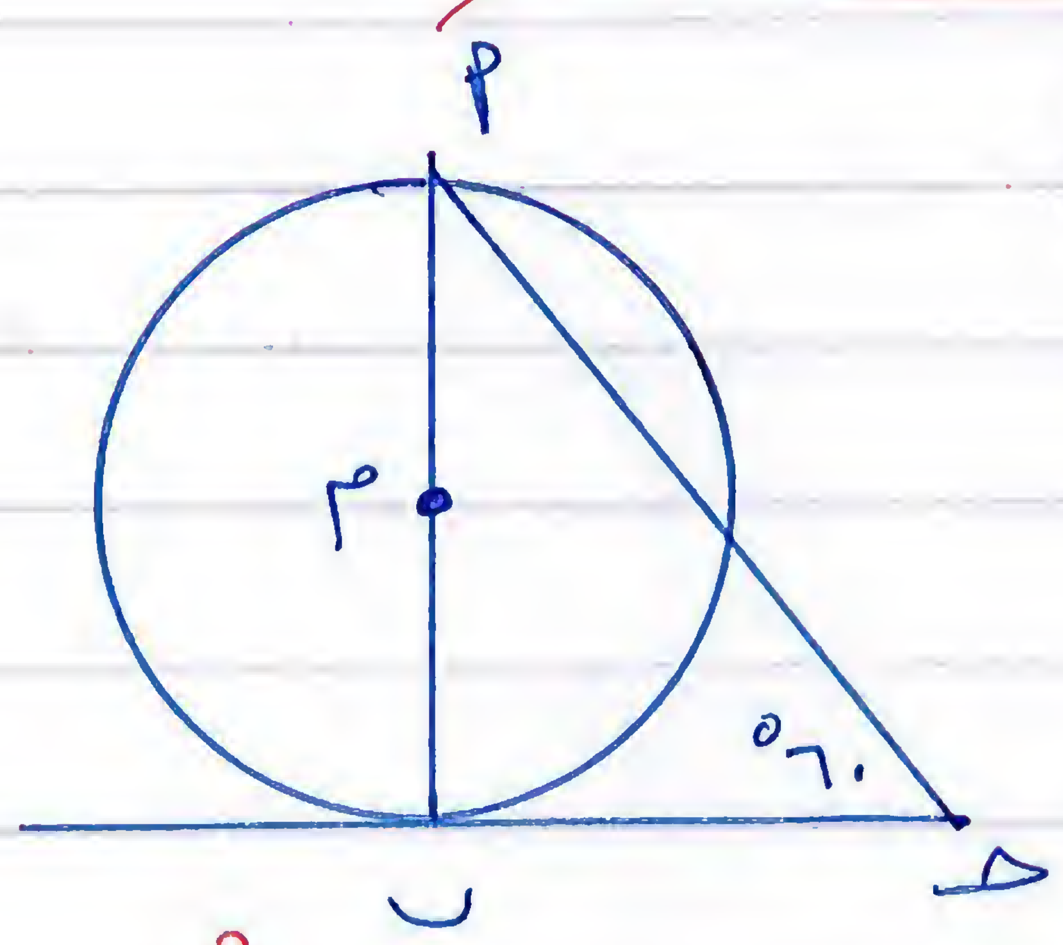
∴ ∆ أ ب م ≡ ∆ أ جـ م

وينتج من التطابق أن ق(∠أ م ب) = ق(∠أ م جـ)

∴ $\overrightarrow{مأ}$ ينصف ∠ب م جـ (أولاً)

في ∆ أ ب م القائم في ب ← ق(∠أ م ب) = ١٨٠ − (٩٠ + ٢٥) = ٦٥°

∴ ق(∠ب م جـ) = ٢ ق(∠أ م ب) = ٢ × ٦٥° = ١٣٠°



(٥) في الشكل المقابل : دائرة م محيطها ٤٤ سم ، $\overline{أب}$ قطر فيها

$\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس للدائرة عند ب ، ق(∠جـ) = ٦٠°

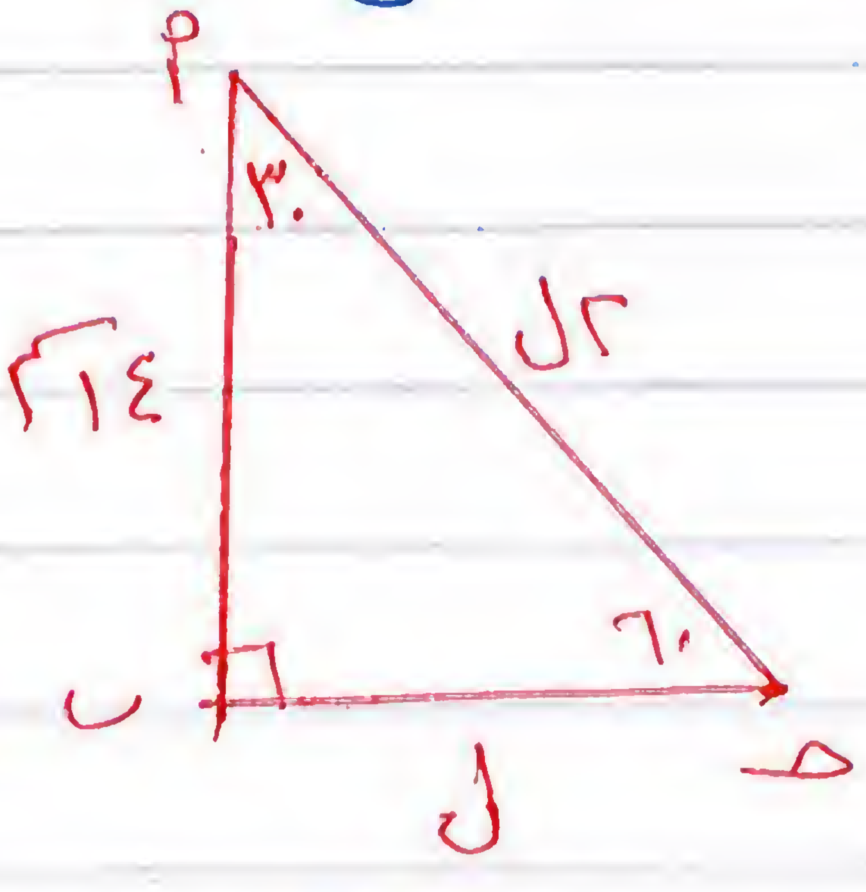
أوجد طول $\overline{بجـ}$ (ط ≃ $\frac{٢٢}{٧}$)

الحل ∵ $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{أب} \perp \overleftrightarrow{بجـ}$

∵ محيط الدائرة = ٤٤ سم

∴ ٢ ط نق = ٤٤ ∴ نق = $\frac{٤٤}{٢ \times \frac{٢٢}{٧}}$ = ٧ سم

∴ أ ب = ٢ نق = ١٤ سم



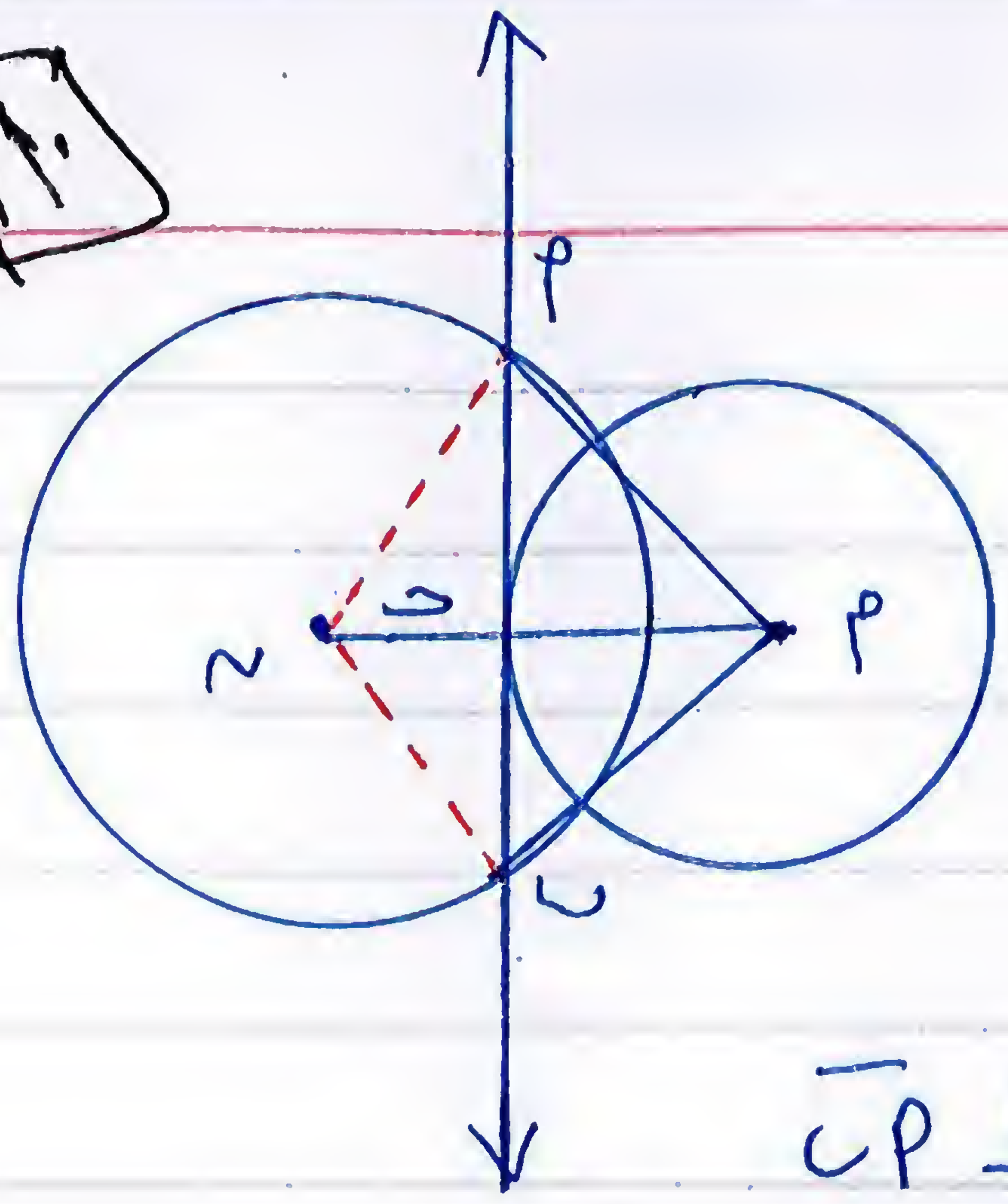
في ∆ أ ب جـ القائم في ب ∴ ق(∠أ) = ٣٠°

∴ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ أ جـ (مقابل للزاوية ٣٠°)

∴ $(أجـ)^٢ - (بجـ)^٢ = (أب)^٢$

$(٢ل)^٢ - ل^٢ = ١٩٦$

∴ $٤ل^٢ - ل^٢ = ١٩٦$ ∴ $٣ل^٢ = ١٩٦$ ÷ ٣ ∴ $ل^٢ = \frac{١٩٦}{٣}$



٦) في الشكل المقابل: م ، ن دائرتان متقاطعتان

$\overline{م ن}$ تقطع الدائرة م في جـ ، ارسم $\overleftrightarrow{أ جـ}$ مماس للدائرة م

عند جـ تقطع الدائرة ن في أ ، ب اثبت أن:

أولاً: جـ أ = جـ ب   ثانياً: م أ = م ب

الحل: العمل: نصل $\overline{ن أ}$ ، $\overline{ن ب}$

∵ $\overleftrightarrow{أ ب}$ مماس للدائرة م عند جـ ∴ $\overline{م جـ} \perp \overline{أ ب}$

∆∆ أ جـ ن ، ب جـ ن فيهما:
- ن أ = ن ب = نق
- $\overline{ن جـ}$ ضلع مشترك
- ق(∠ن جـ أ) = ق(∠ن جـ ب) = 90°

∴ يتطابق ∆∆

م/ أحمد عمر

∴ جـ أ = جـ ب

∆∆ م أ جـ ، م ب جـ فيهما:
- أ جـ = جـ ب
- م جـ ضلع مشترك
- ق(∠أ جـ م) = ق(∠ب جـ م) = 90°

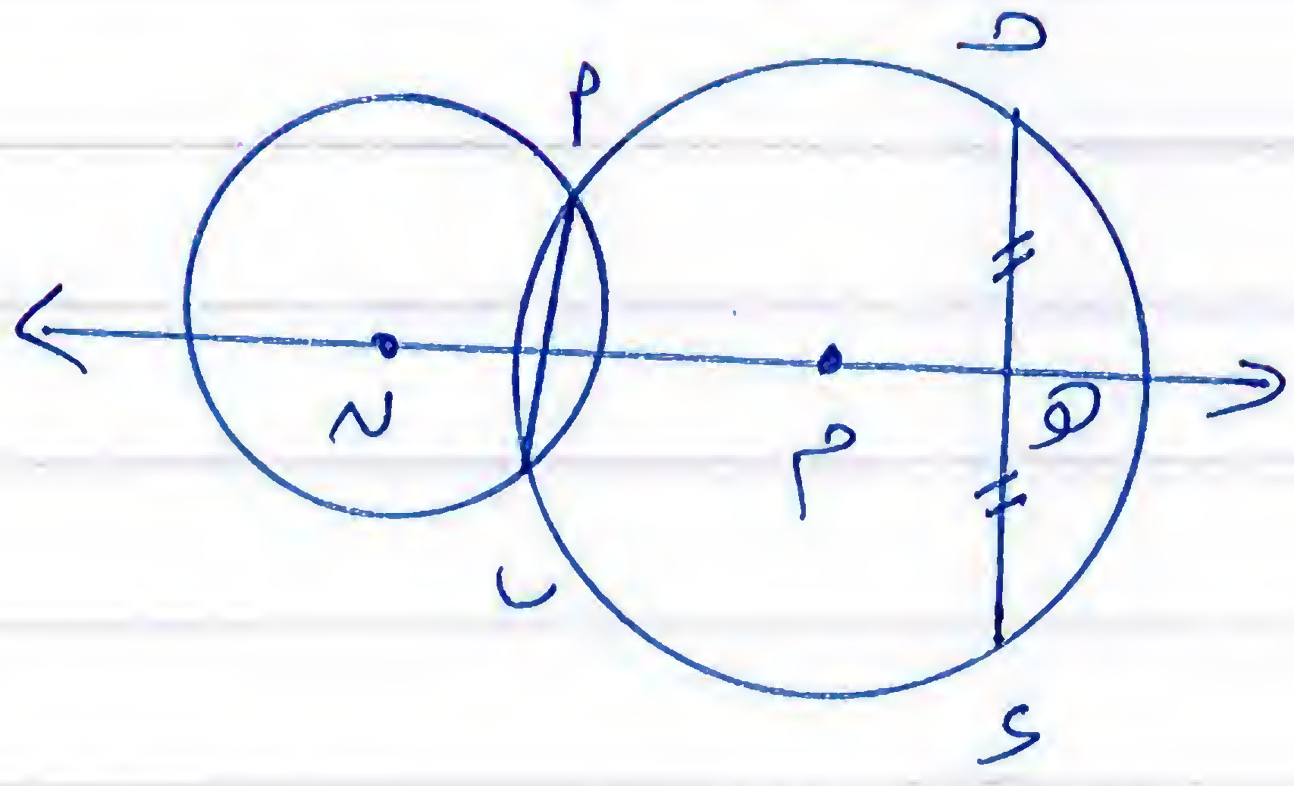
∴ يتطابق المثلثان وينتج أن: م أ = م ب

٧) في الشكل المقابل: م ، ن دائرتان

متقاطعتان في أ ، ب ، جـ د وتر في الدائرة م

، يقطع $\overleftrightarrow{م ن}$ في هـ ، فإذا كانت هـ منتصف $\overline{جـ د}$

اثبت أن: $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$



الحل

∵ م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

∴ $\overleftrightarrow{م ن} \perp \overline{أ ب}$ ... (1)

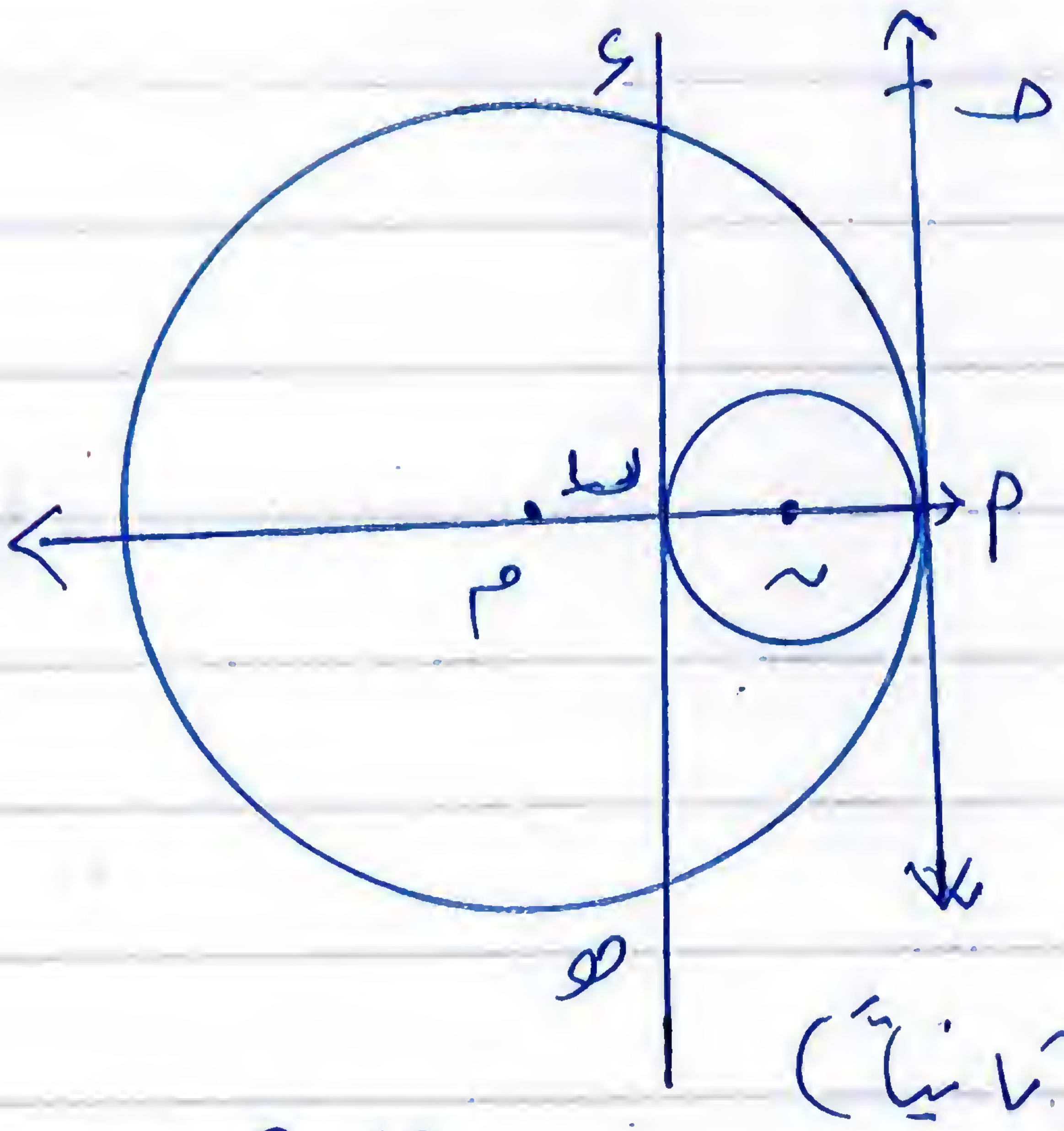
، ∵ هـ منتصف $\overline{جـ د}$

∴ $\overleftrightarrow{م هـ} \perp \overline{جـ د}$ ... (2) من (1) ، (2)

∴ $\overline{أ ب} \perp \overleftrightarrow{م ن}$ ، $\overline{جـ د} \perp \overleftrightarrow{م ن}$

∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$ (العموديان على ثالث متوازيان)

(8) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل عند أ ، الدائرة م أكبر من الدائرة ن
رسم $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماساً مشتركاً للدائرتين ، ورسم $\overleftrightarrow{نم}$ فقطع الدائرة ن في ب
ورسم $\overleftrightarrow{بء}$ مماساً للدائرة ن فقطع م في ء ، هـ اثبت أن
أولاً : $\overleftrightarrow{أحـ}$ // $\overleftrightarrow{بء}$ ثانياً : ب ء = ب هـ

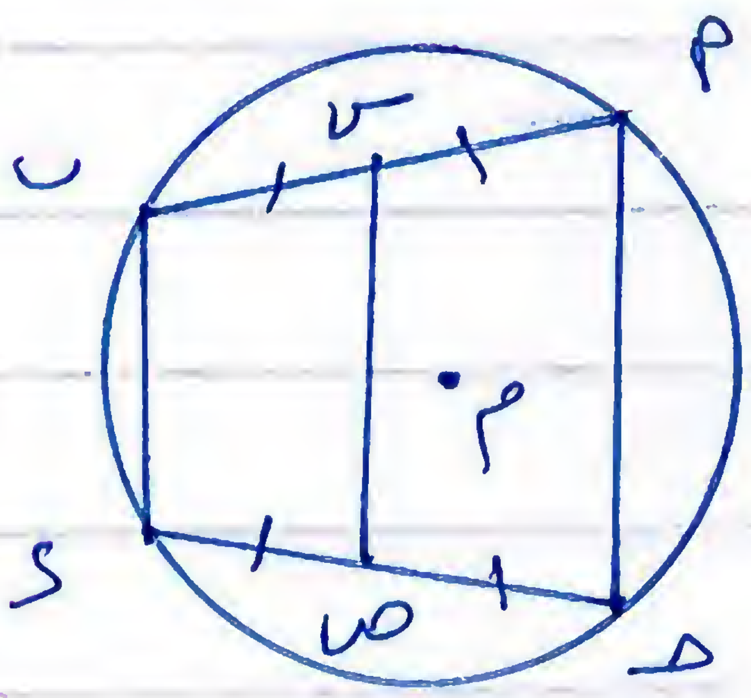


الحل

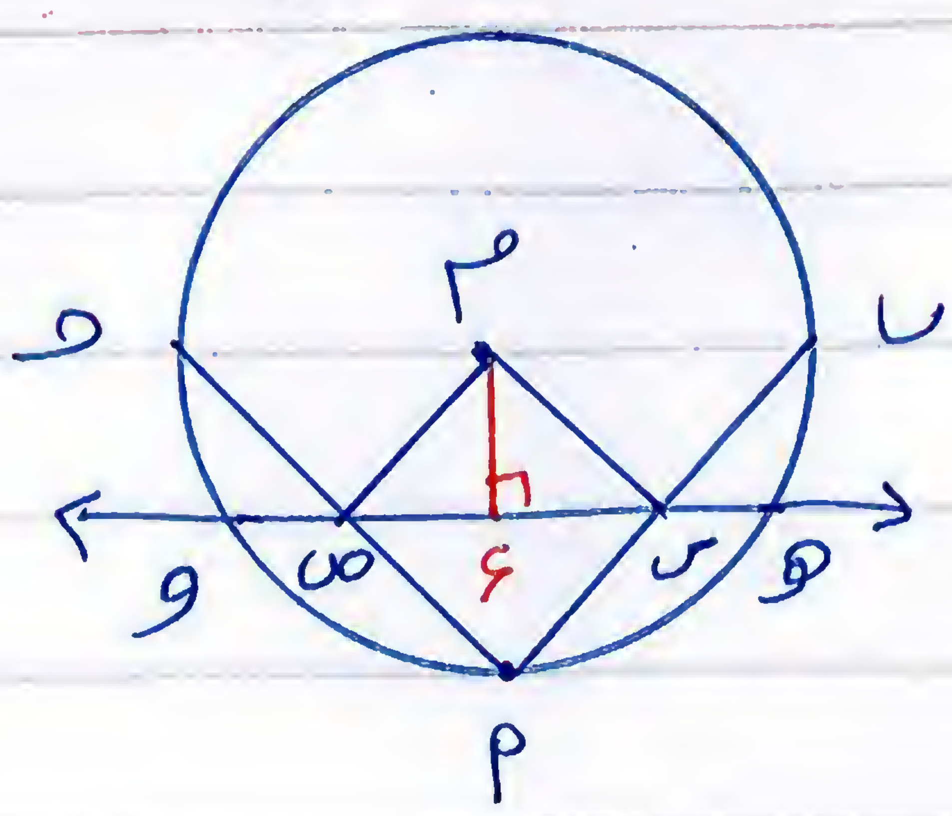
∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة ن ،
$\overleftrightarrow{أحـ}$ ، $\overleftrightarrow{هـء}$ مماسان لها عند أ ، ب
∴ $\overleftrightarrow{أحـ}$ // $\overleftrightarrow{بء}$ ... (أولاً)
∵ $\overleftrightarrow{هـء}$ مماس للدائرة ن عند ب
∴ $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ $\overline{هـء}$
∵ $\overline{هـء}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{مب}$ ⊥ $\overline{هـء}$
∴ ب منتصف $\overline{هـء}$ ∴ ب ء = ب هـ ... (ثانياً)

أ/ المدرس

(9) في الشكل المقابل : $\overline{أب}$ ، $\overline{حـء}$ وتران متساويان في الدائرة م
س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{حـء}$: اثبت أن
أولاً : $\overline{أحـ}$ // $\overline{بء}$ ثانياً : ق(ب س ص) = ق(ء ص س)



الحل ∵ أب = حـء ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{حـء}$)
بإضافة ق($\overset{\frown}{بء}$) للطرفين
∴ ق($\overset{\frown}{أبء}$) = ق($\overset{\frown}{حـءب}$)
∴ ق($\hat{حـ}$) = ق($\hat{أ}$) ... ① محيطيتان تحصران أء ، حـب
∵ أبءحـ رباعي دائري
∴ ق($\hat{أ}$) + ق($\hat{ء}$) = 180° ... ② (متقابلتان)
من ① ، ② ∴ ق($\hat{حـ}$) + ق($\hat{ء}$) = 180° وهما في وضع تداخل
∴ $\overline{أحـ}$ // $\overline{بء}$ ... (أولاً)
∴ ق(ب س ص) = ق($\hat{أ}$) ... ③ بالتناظر
، ق(ء ص س) = ق($\hat{حـ}$) ... ④ بالتناظر
من ① ، ③ ، ④ ∴ ق(ب س ص) = ق(ء ص س)



10) من الشكل المقابل: $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م ، س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ورسم $\overleftrightarrow{سص}$ فقطع الدائرة في هـ ، و

اثبت أن س هـ = ص و

الحل: ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{أجـ}$

∵ أب = أجـ ∴ م س = م ص

نرسم $\overline{مء} \perp \overleftrightarrow{هـو}$

$\Delta\Delta$ م س ء ، م ص ء

فيهما
- م س = م ص
- م ء ضلع مشترك
- ق(م ء س) = ق(م ء ص) = 90°

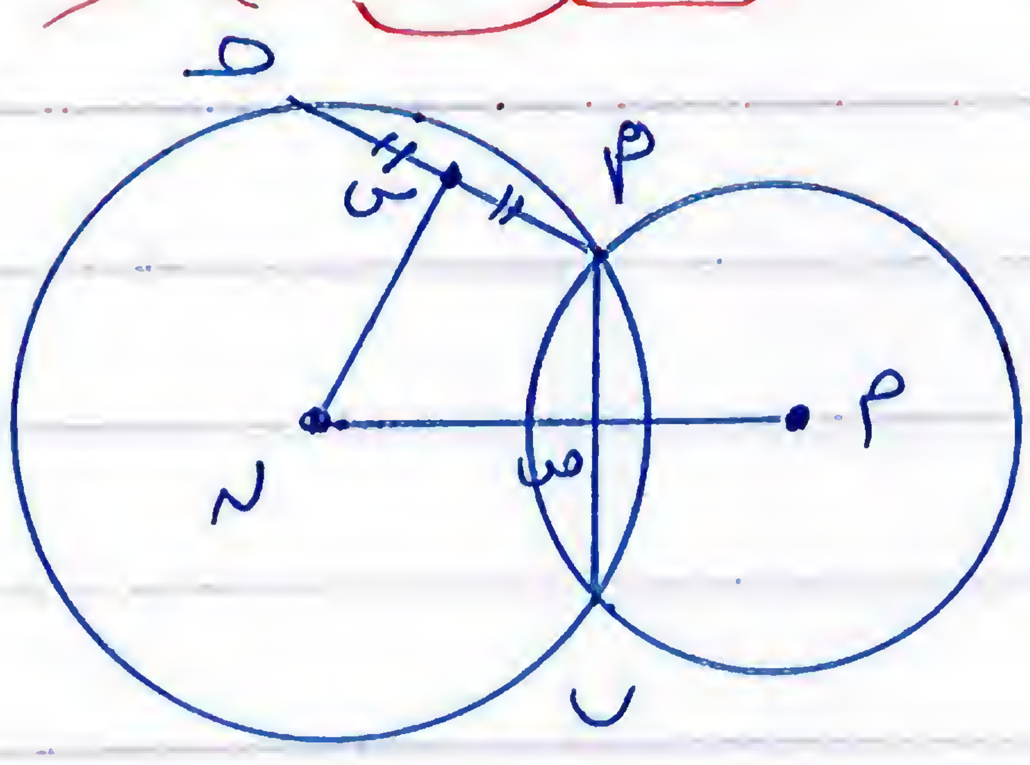
∴ Δ م س ء $\equiv$ Δ م ص ء

∴ ء س = ء ص ... (1)

∵ $\overline{مء} \perp \overleftrightarrow{هـو}$ ∴ ء منتصف $\overline{هـو}$ ∴ هـ ء = ء و ... (2)

بطرح (1) من (2) ∴ هـ س = ص و #

م/ أحمد عمر



11) من الشكل المقابل: م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

$\overleftrightarrow{مN} \cap \overline{أب} = \{ص\}$ ، أب = أجـ ، س منتصف $\overline{أجـ}$

اثبت أن: ن ص = ن س

الحل: ∵ م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

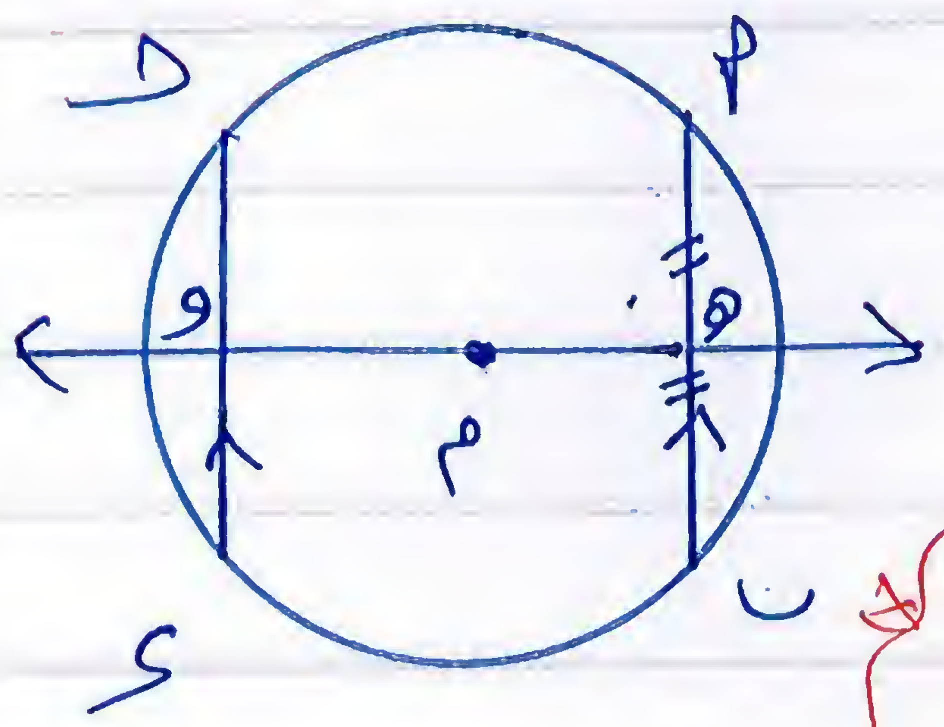
∴ $\overleftrightarrow{من} \perp \overline{أب}$ ∴ $\overline{نص} \perp \overline{أب}$ ... (1)

، ∵ س منتصف أجـ ∴ $\overline{نس} \perp \overline{أجـ}$ ... (2)

∵ أب = أجـ ... (3) (وتر = وتر في الدائرة ن)

من (1) ، (2) ، (3) ∴ ن ص = ن س (بعد = بعد)

١٢) الدائرة م فيها $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$ وتران متوازيان ، هـ منتصف $\overline{أب}$ ، رسم $\overleftrightarrow{هـ م}$ فقطع $\overline{جـ د}$ في و . اثبت أن و جـ = و د



الحل: ∵ هـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overleftrightarrow{م هـ}$ ⊥ $\overline{أب}$

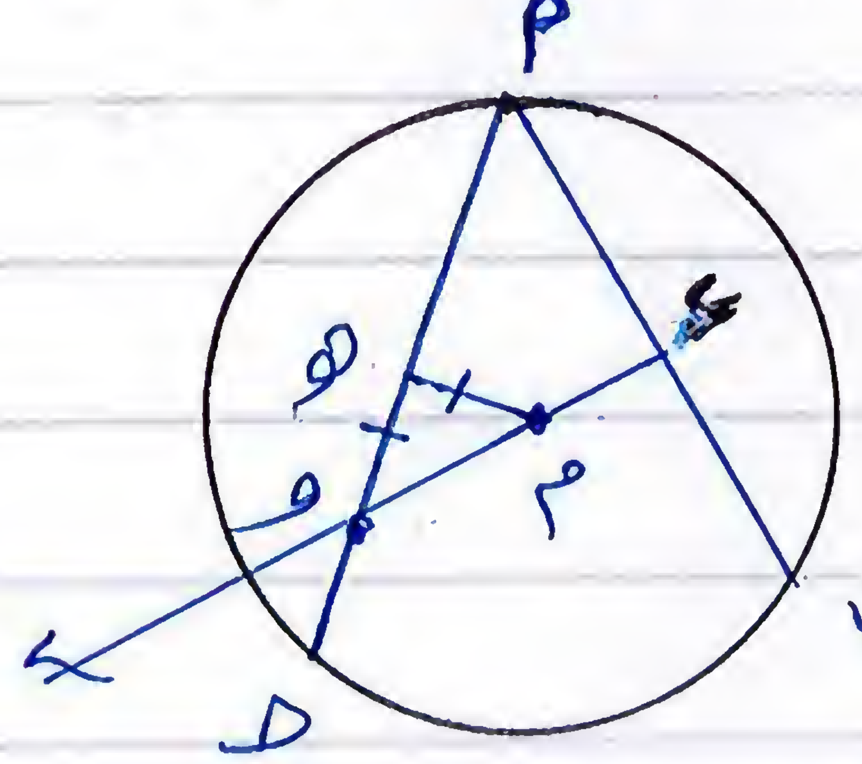
∵ $\overline{أب}$ // $\overline{جـ د}$ ∴ $\overleftrightarrow{م هـ}$ ⊥ $\overline{جـ د}$

∵ $\overleftrightarrow{م و}$ ⊥ $\overline{جـ د}$ ∴ و منتصف $\overline{جـ د}$

∴ جـ و = و د

أ/ الدعمر

١٣) الدائرة م فيها $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$ وتران متوازيان ، د ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ على الترتيب رسم $\overleftrightarrow{د م}$ فقطع $\overleftrightarrow{أجـ}$ في و بحيث كان م هـ = هـ و . اثبت أن ق(∠ب أ جـ) = ٤٥°



الحل: ∵ د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{م د}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{أجـ}$

∴ ق(∠أ د م) + ق(∠أ هـ م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

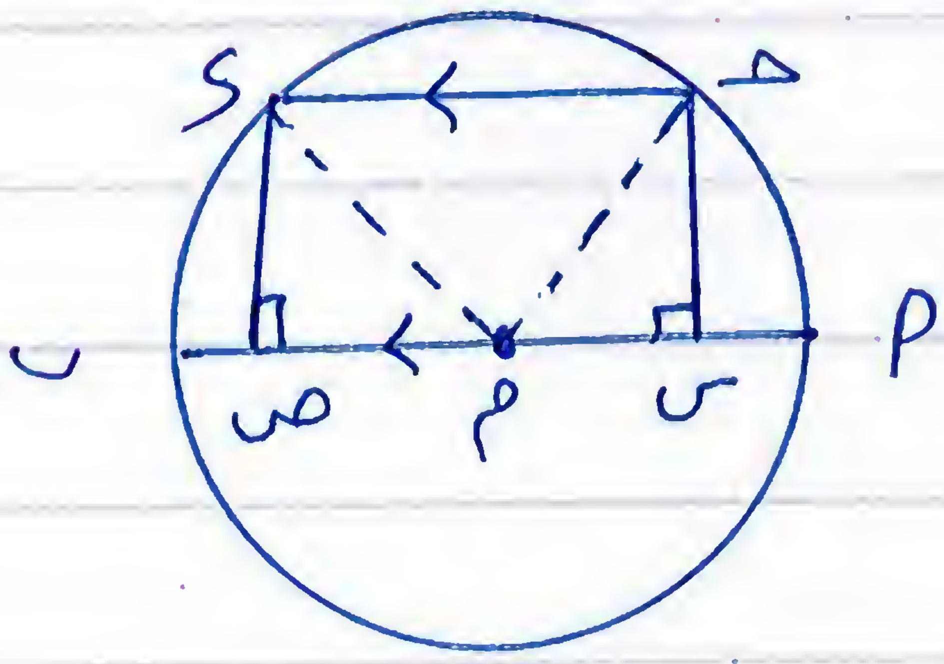
وهما متقابلتان ∴ الشكل أ د م هـ رباعي دائري

في △ م هـ و القائم في هـ

∵ م هـ = هـ و ∴ ق(∠هـ م و) = ق(∠م و هـ) = $\frac{١٨٠ - ٩٠}{٢}$ = ٤٥°

∵ ∠ هـ م و خارجة عن الرباعي الدائري ∴ ق(∠ب أ جـ) = ٤٥°

١٤) $\overline{أب}$ قطر في دائرة م ، رسم الوتر $\overline{جـ د}$ // $\overline{أب}$ ، ورسم $\overline{جـ س}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{د ص}$ ⊥ $\overline{أب}$. اثبت أن: أ س = ص ب



الحل: ∵ $\overline{جـ د}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{د ص}$ ⊥ $\overline{أب}$

∴ $\overline{جـ س}$ // $\overline{د ص}$

∵ $\overline{جـ د}$ // $\overline{س ص}$ ، ق(∠جـ س ص) = ٩٠°

∴ الشكل جـ س ص د مستطيل

نصل: $\overline{م جـ}$ ، $\overline{م د}$

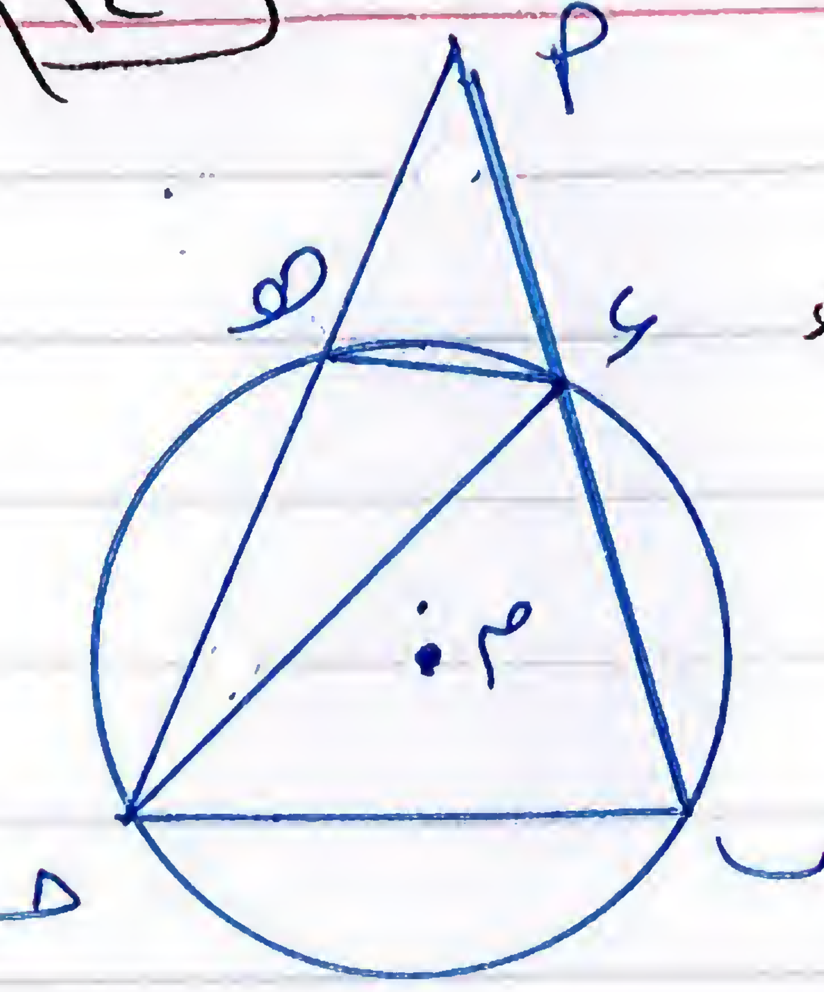
△△ جـ س م ، د ص م فيهما
- م جـ = م د = نق
- جـ س = ص د (من خواص المستطيل)
- ق(∠جـ س م) = ق(∠د ص م) = ٩٠°

∴ △ جـ س م ≡ △ د ص م وينتج من التطابق أن

م س = م ص ... ①

∵ م أ = م ب = نق ... ② بطرح ① من ②

∴ أ س = ص ب



١٥) في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث فيه: أ ب = أ جـ

ب جـ وتر في الدائرة م ، أب ، أجـ يقطعان الدائرة في د ، هـ

اثبت أن: ب جـ // د هـ

وإذا كان ق(د جـ أ) = ٣٠° ، ق(أ) = ٥٠° أوجد

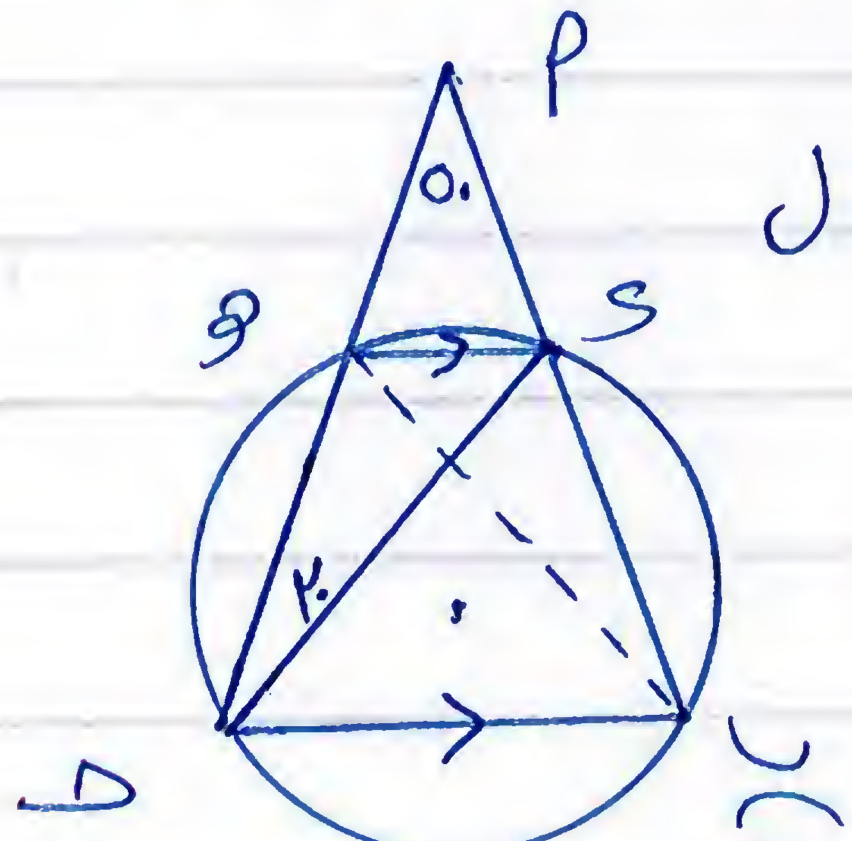
أولاً: ق(ب هـ جـ) ثانياً: ق(ب م جـ) ثالثاً: ق(جـ د هـ)

الحل: في Δ أ ب جـ ∵ أ ب = أ جـ

∴ ق(ب) = ق(جـ)

∴ ق(جـ هـ د⌒) = ق(ب د هـ⌒) بحذف ق(د هـ⌒) من الطرفين

∴ ق(ب د⌒) = ق(هـ جـ⌒)



∴ ق(ب جـ د) = ق(هـ د جـ) وهما في وضع تبادل

∴ ب جـ // د هـ ....(أولاً)

8/المعلم

∵ ب د جـ خارج عن Δ أ د جـ

∴ ق(ب د جـ) = ٥٠ + ٣٠ = ٨٠°

∴ ق(ب هـ جـ) = ق(ب د جـ) = ٨٠° محيطيتان تحصران ب جـ⌒

∴ ق(ب م جـ) = ٢ ق(ب د جـ) = ٢ × ٨٠ = ١٦٠° محيطية ومركزية تحصران ب جـ

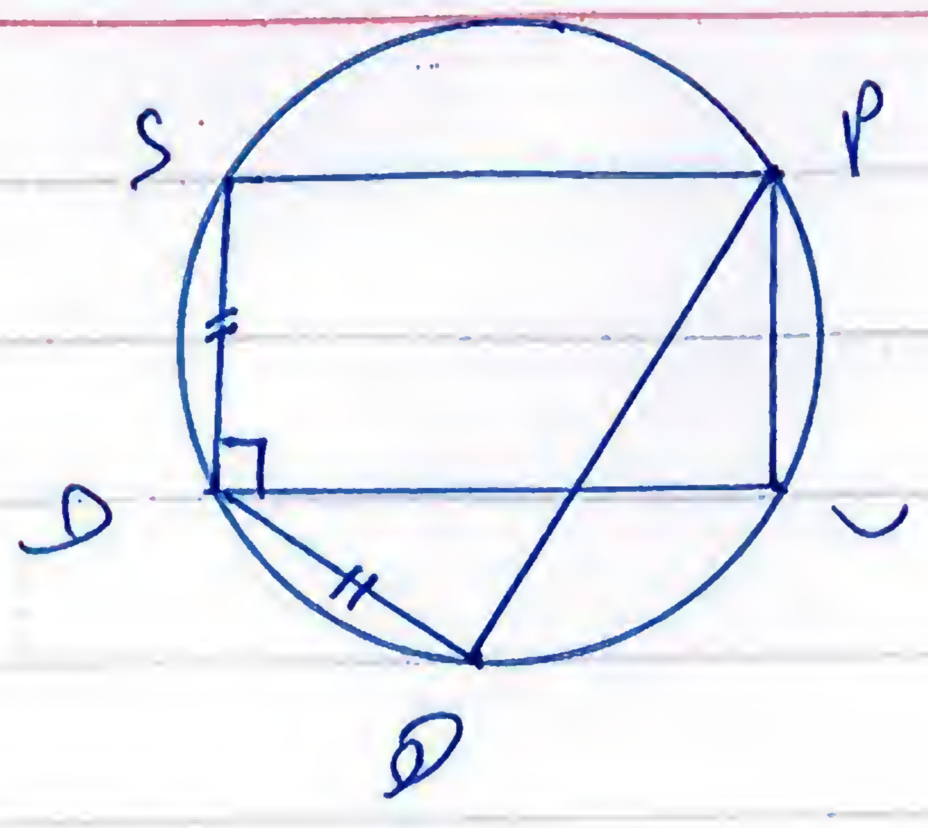
∴ ق(د هـ⌒) = ٢ × ٣٠ = ٦٠° ، ق(ب جـ⌒) = ١٦٠°

∴ ق(ب د⌒) = ق(جـ هـ⌒) = [٣٦٠ − (١٦٠ + ٦٠)] ÷ ٢ = ٧٠°

∴ ق(جـ د هـ) = $\frac{1}{2}$ ق(جـ هـ⌒) = ٣٥°

١٦) أ ، ب نقطتان حيث أ ب = ٦ سم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب بحيث يكون طول نصف قطرها ٥ سم ، ثم أوجد بعد مركز الدائرة عن أ ب

١٧) ارسم الدائرة التي تمر برؤوس المثلث الذي فيه أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، أ جـ = ٥ سم



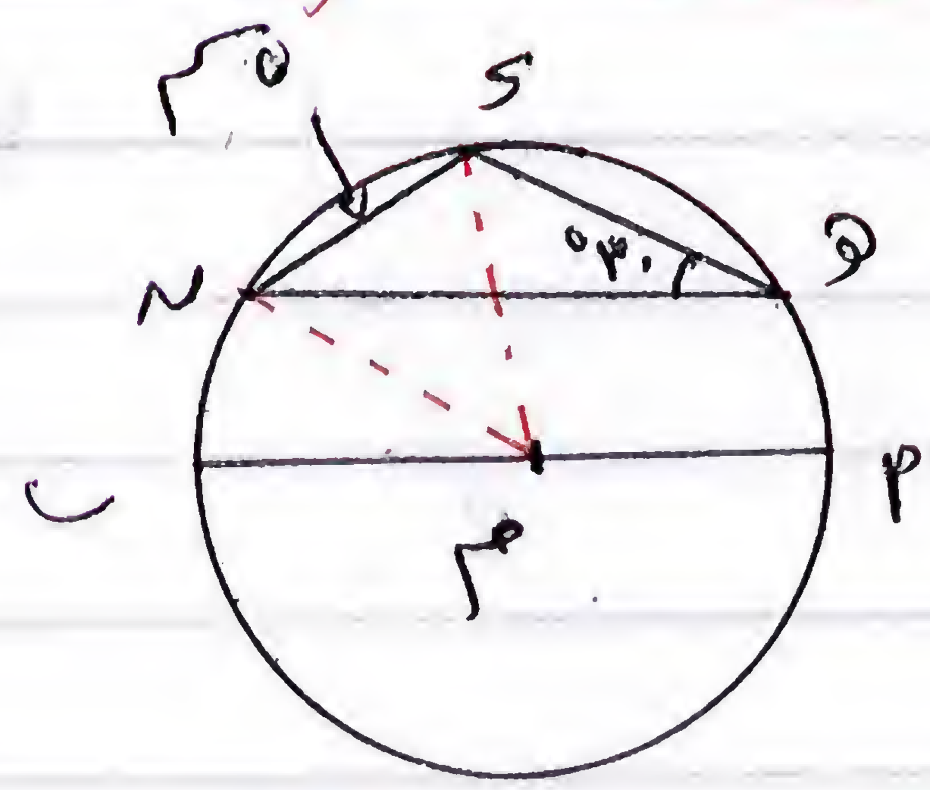
(١٨) من الشكل المقابل: أ ب جـ د مستطيل مرسوم داخل دائرة رسم الوتر جـ هـ بحيث: جـ هـ = جـ د اثبت أن: أ هـ = ب جـ

الحل: ∵ أ ب جـ د مستطيل ∴ أ ب = جـ د

∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒هـ جـ) بإضافة ق(⌒ب هـ) للطرفين

∴ ق(⌒أ ب هـ) = ق(⌒ب هـ جـ)

∴ أ هـ = ب جـ



(١٩) من الشكل المقابل: دائرة مركزها م، د ن = ٥ سم

ق(∠د هـ ن) = ٣٠° أوجد طول نصف قطر الدائرة م

الحل

نرسم م د، م ن

ق(∠د م ن) = ٢ ق(∠د هـ ن) = ٢ × ٣٠ = ٦٠°

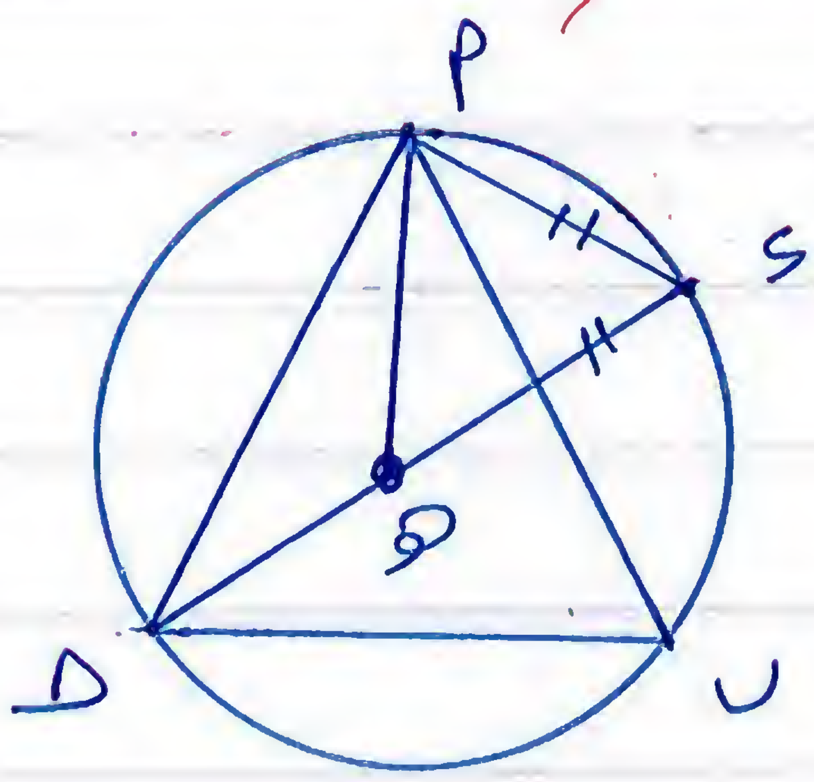
محيطية ومركزية تحصران د ن

في △ د م ن ∵ د م = م ن = نق ، ق(∠د م ن) = ٦٠°

م/ أحمد عمر

∴ △ د م ن متساوي الأضلاع

∴ نق = ٥ سم



(٢٠) من الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع، أ د = د هـ

اثبت أن △ أ د هـ متساوي الأضلاع

الحل: ∵ △ أ ب جـ متساوي الأضلاع

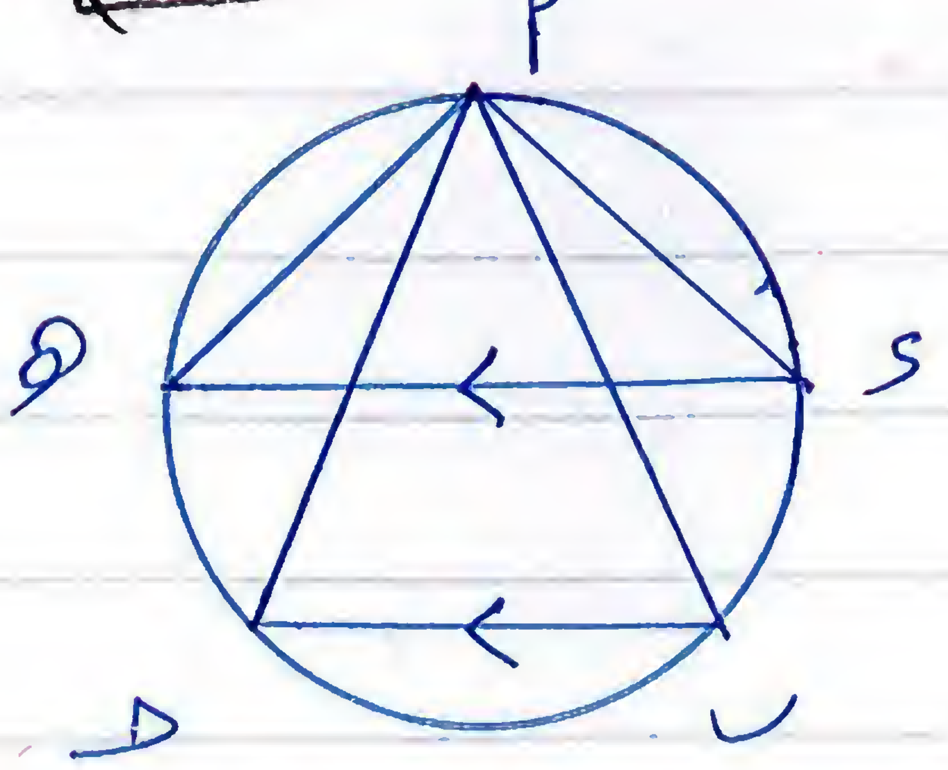
∴ ق(∠ب) = ٦٠°

∴ ق(∠أ د جـ) = ق(∠أ ب جـ) = ٦٠° محيطيتان تحصران أ جـ

في △ أ د هـ

∵ أ د = د هـ ، ق(∠د) = ٦٠°

∴ △ أ د هـ متساوي الأضلاع



21 في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة

د هـ // ب جـ

اثبت أن: ق(د أ̂ جـ) = ق(ب أ̂ هـ)

الحل ∵ د هـ // ب جـ

∴ ق(ب د) = ق(جـ هـ)

بإضافة ق(ب جـ) للطرفين

∴ ق(د ب جـ) = ق(ب جـ هـ)

∴ ق(د أ̂ جـ) = ق(ب أ̂ هـ)

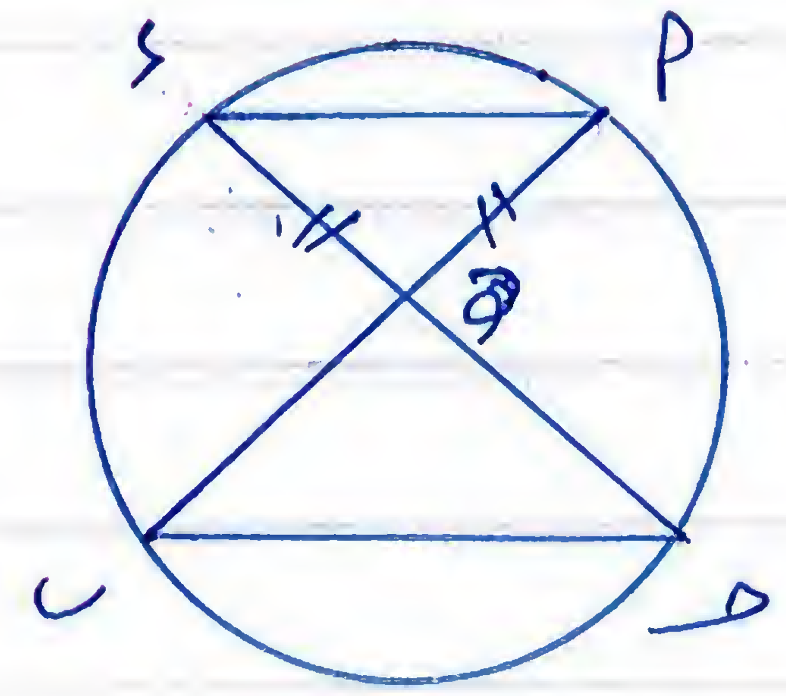
أ/ أحمد

22 في الشكل المقابل: أ جـ ∩ ب د = {هـ}

هـ أ = هـ د اثبت أن: هـ ب = هـ جـ

الحل: في △ أ هـ د ∵ أ هـ = هـ د

∴ ق(أ̂) = ق(د̂) ... ①



∵ ق(أ̂) = ق(جـ̂) ... ② محيطيتان تحصران ب د

، ق(ب̂) = ق(د̂) ... ③ محيطيتان تحصران أ جـ

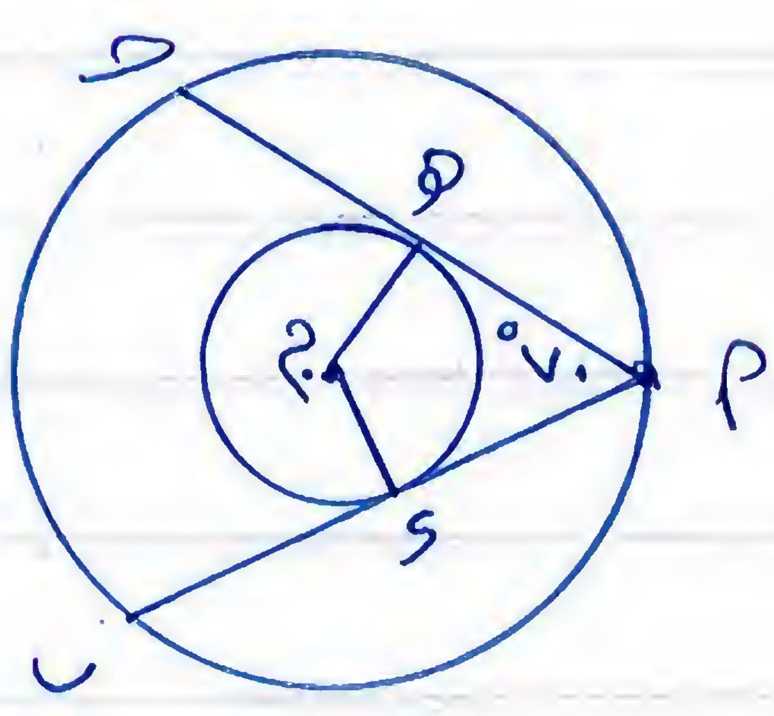
من ①، ②، ③ ∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂)

في △ هـ ب جـ ∵ ق(ب̂) = ق(جـ̂) ∴ هـ ب = هـ جـ

23 في الشكل المقابل: دائرتان متحدتا المركز في م،

أ ب، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى، ق(أ̂) = 70°

أولاً: أوجد ق(د م̂ هـ) ثانياً: اثبت أن: أ ب = أ جـ



الحل ∵ أ جـ مماس للدائرة الصغرى عند هـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ

∵ أ ب مماس للدائرة الصغرى عند د ∴ م د ⊥ أ ب

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = 360°

∴ ق(هـ م̂ د) = 360 − (70 + 90 + 90) = 110° (أولاً)

∵ م هـ ⊥ أ جـ، م د ⊥ أ ب، م د = م هـ = نق (بعد = بعد)

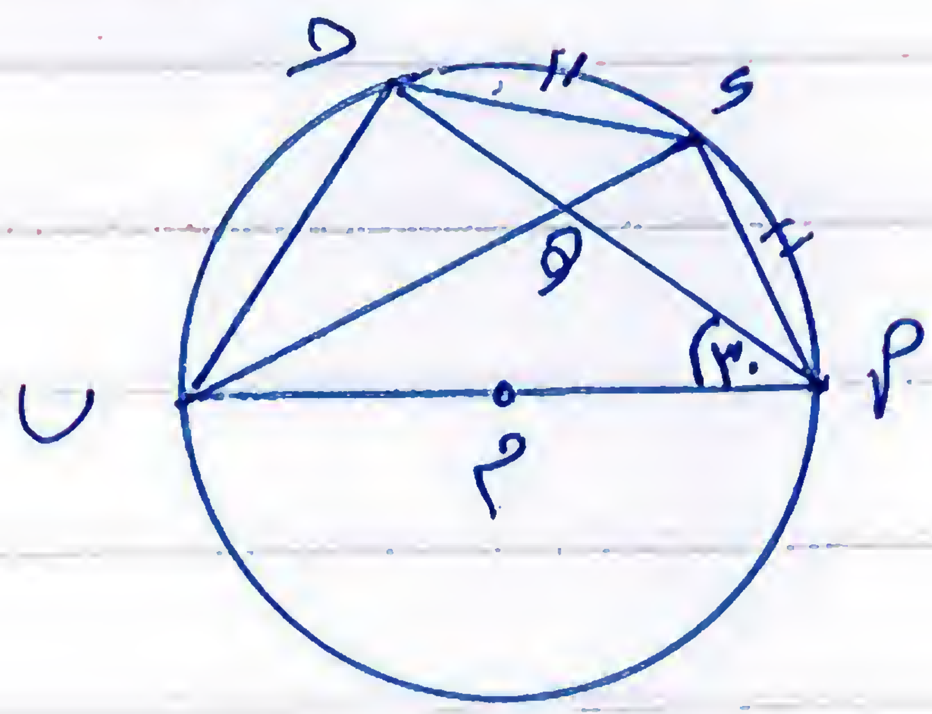
∴ أ ب = أ جـ (وتر = وتر)

(٢٤) في الشكل المقابل: $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ء ، جـ ∈ الدائرة م

ق(∠هـ أ ب) = ٣٠° ، ء منتصف $\overset{\frown}{أجـ}$ ، $\overline{بء} \cap \overline{أجـ} = \{هـ\}$

أولاً: أوجد ق(∠ب ء جـ) ، ق(∠أ ب ء)

ثانياً: أثبت أن △ أ ب هـ متساوي الساقين



الحل

ق(∠ب ء جـ) = ق(∠ب أ جـ) = ٣٠° محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{بجـ}$ .. (أولاً)

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١٨٠°

∴ ق($\overset{\frown}{بجـ}$) = ٢ ق(∠جـ أ ب) = ٢ × ٣٠ = ٦٠°

∴ ق($\overset{\frown}{أء}$) = ق($\overset{\frown}{ءجـ}$) = (١٨٠ − ٦٠) ÷ ٢ = ٦٠°

∴ ق(∠أ ب ء) = ½ ق($\overset{\frown}{أء}$) = ٣٠° (ثانياً)

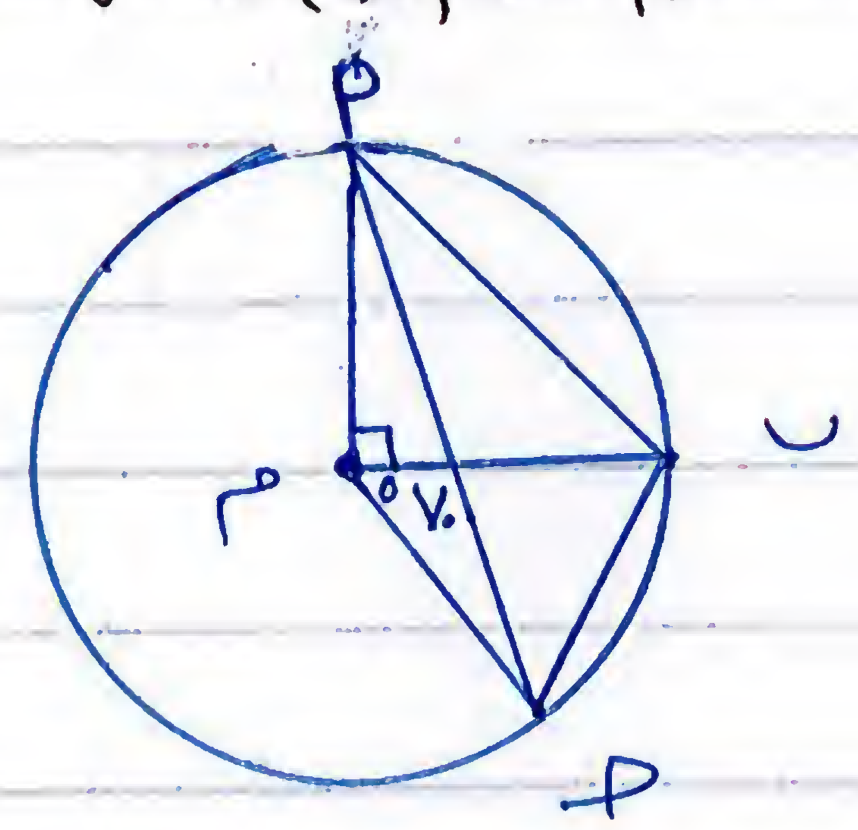
في △ أ هـ ب ∵ ق(∠هـ أ ب) = ق(∠هـ ب أ) = ٣٠°

∴ أ هـ = هـ ب ∴ △ أ ب هـ متساوي الساقين

م/ المعمر

(٢٥) أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة م بحيث ق(∠أ م ب) = ٩٠° ، ق(∠ب م جـ) = ٧٠°

أوجد قياسات زوايا △ أ ب جـ



الحل

ق(∠ب أ جـ) = ½ ق(∠ب م جـ) = ٣٥°

محيطية ومركزية تحصران $\overset{\frown}{بجـ}$

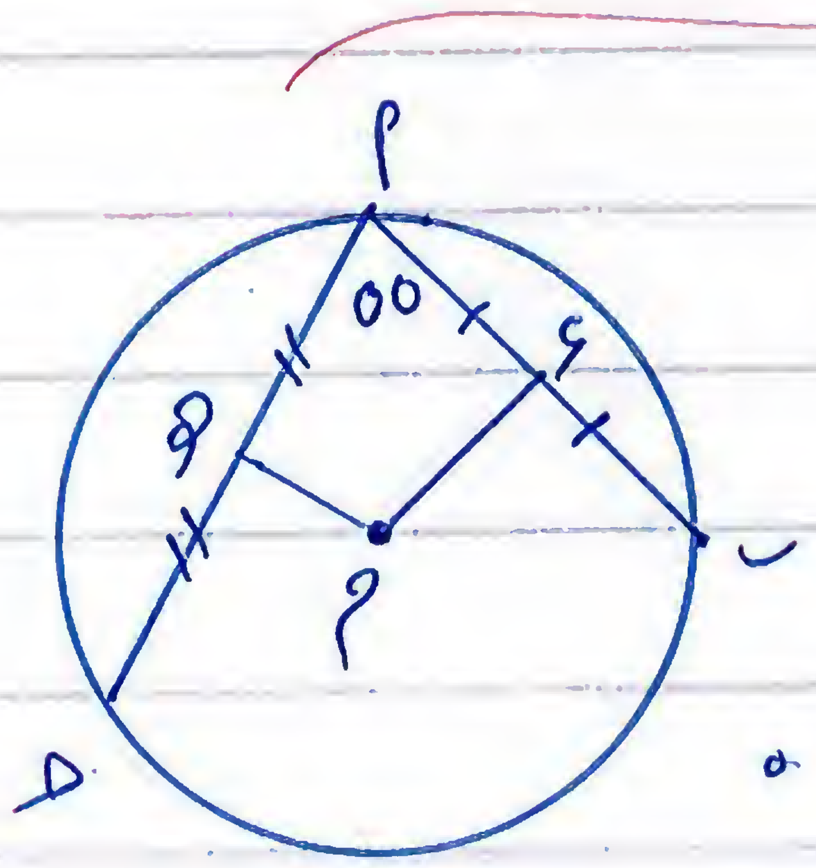
ق(∠ب جـ أ) = ½ ق(∠ب م أ) = ٤٥°

محيطية ومركزية تحصران $\overset{\frown}{أب}$

∴ ق(∠أ ب جـ) = ١٨٠ − (٤٥ + ٣٥) = ١٠٠°

(٢٦) في الشكل المقابل: $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران في الدائرة م ،

ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ، ق(∠ب أ جـ) = ٥٥° ، أوجد ق(∠ء م هـ)



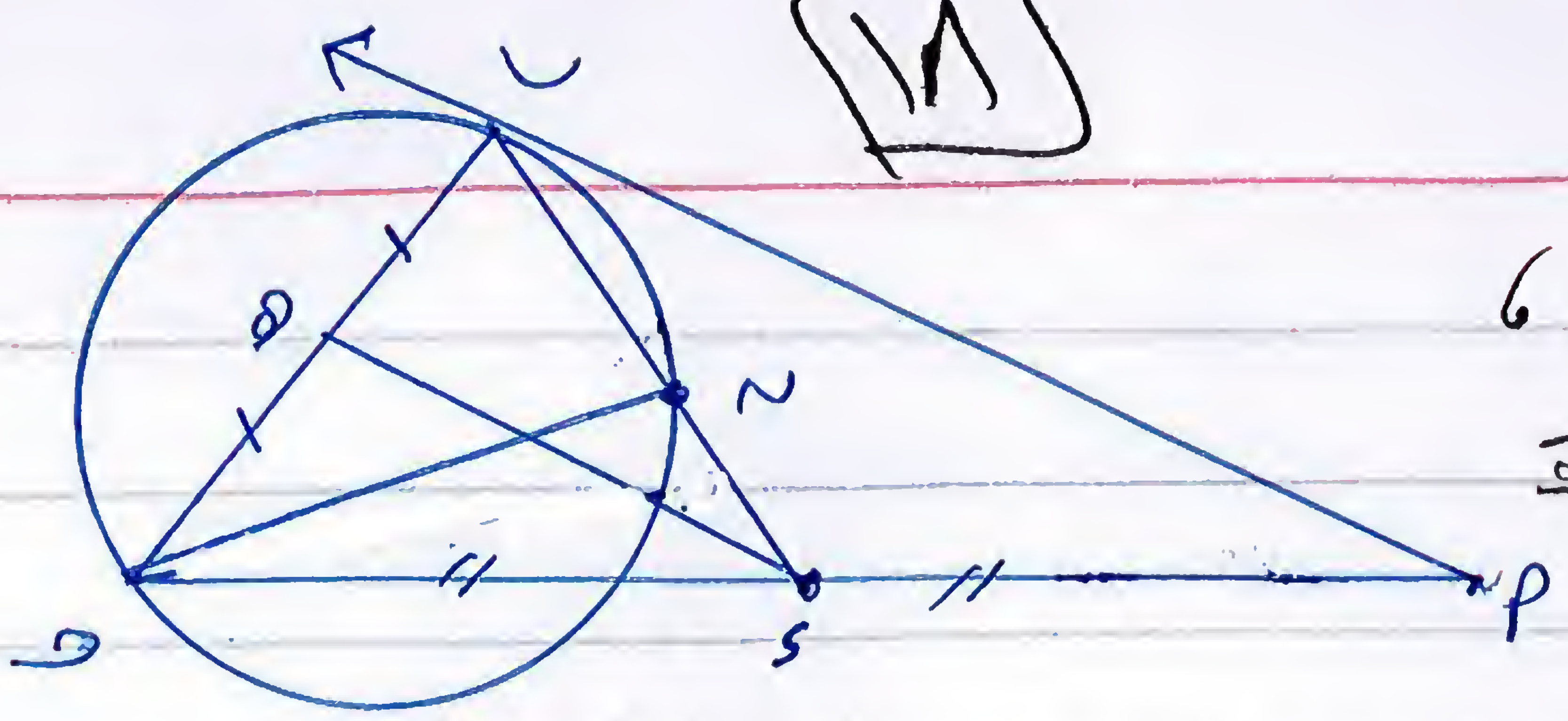
الحل

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مء} \perp \overline{أب}$

∵ هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أجـ}$

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ٣٦٠°

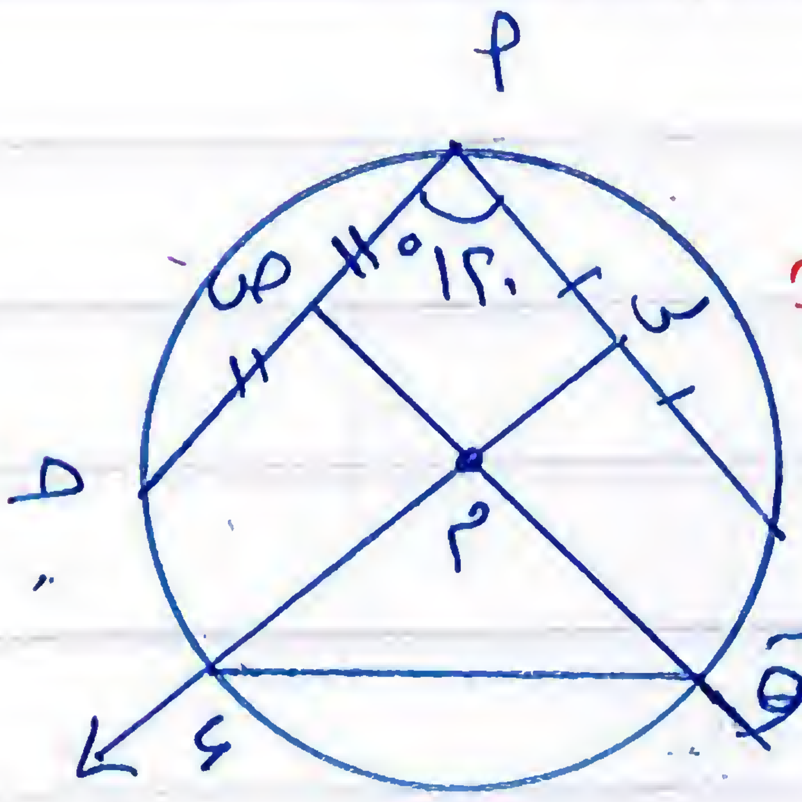
∴ ق(∠ء م هـ) = ١٨٠ − (٥٥ + ٩٠ + ٩٠) = ١٢٥°



(٢٧) في الشكل المقابل: $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ،
$\overline{أد}$ قاطع لها ، ء منتصف $\overline{أد}$ ، هـ منتصف $\overline{بد}$
$\overline{بد} \cap$ الدائرة م = {ن} أثبت أن:
① $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overline{ءهـ}$ ② النقط ن ، ء ، د ، هـ تقع على دائرة واحدة

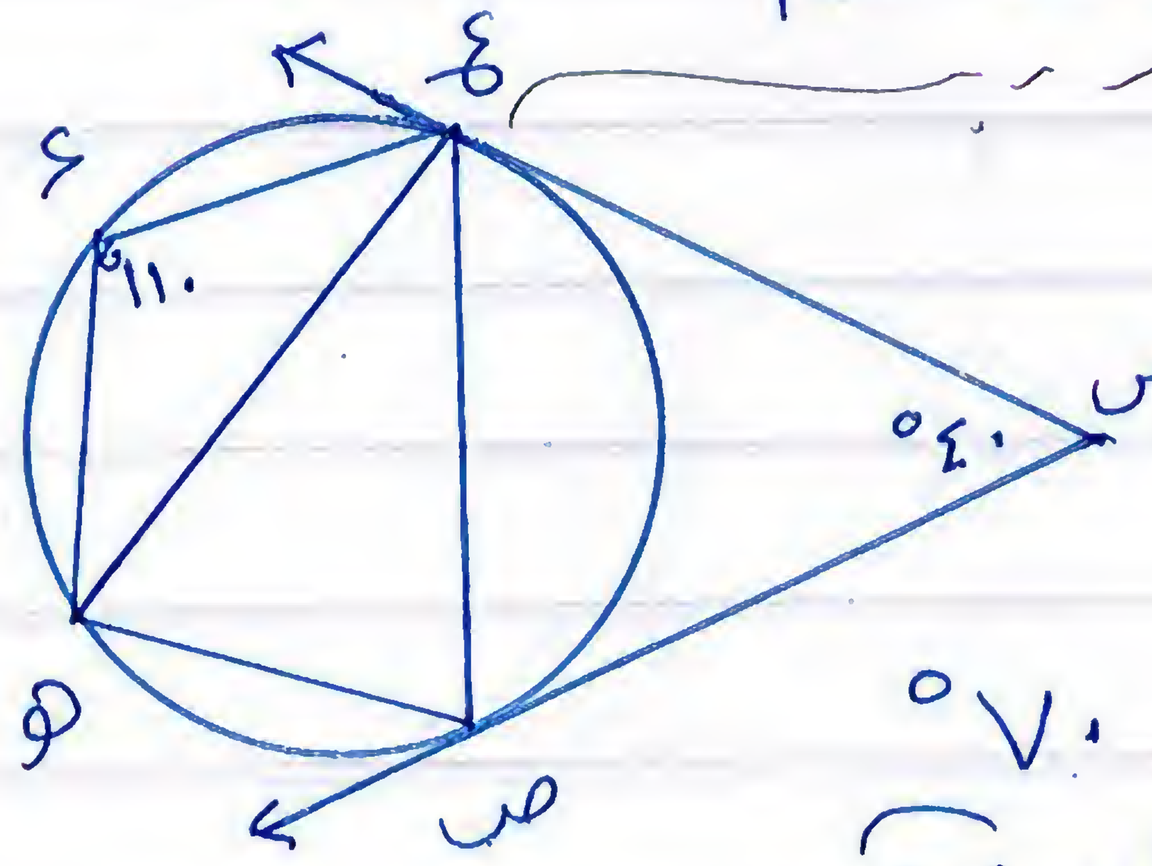
الحل في Δ أ ب د ∵ ء منتصف $\overline{أد}$ ، هـ منتصف $\overline{بد}$
∴ $\overline{ءهـ} \parallel \overline{أب}$ (أولاً)
∴ ق(ب أ̂ ء) = ق(هـ ء̂ د) ....① بالتبادل
∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ∴ ق(أ ب̂ ن) = ق(ب د̂ ن) ....② مماسية ومحيطية
من ① ، ② ∴ ق(ن ء̂ هـ) = ق(ن د̂ هـ)
وهما مرسومتان على $\overline{نهـ}$ وفي جهة واحدة منها ∴ ن ء د هـ رباعي دائري

(٢٨) $\overline{أب}$ ، $\overline{أد}$ وتران في دائرة مركزها م ، ق(ب أ̂ د) = ١٢٠° ، س ، ص منتصفا
$\overline{أب}$ ، $\overline{أد}$ ، رسم $\overrightarrow{سم}$ فقطع الدائرة في ء ، رسم $\overrightarrow{صم}$ فقطع الدائرة في هـ
أثبت أن: ء هـ = نق

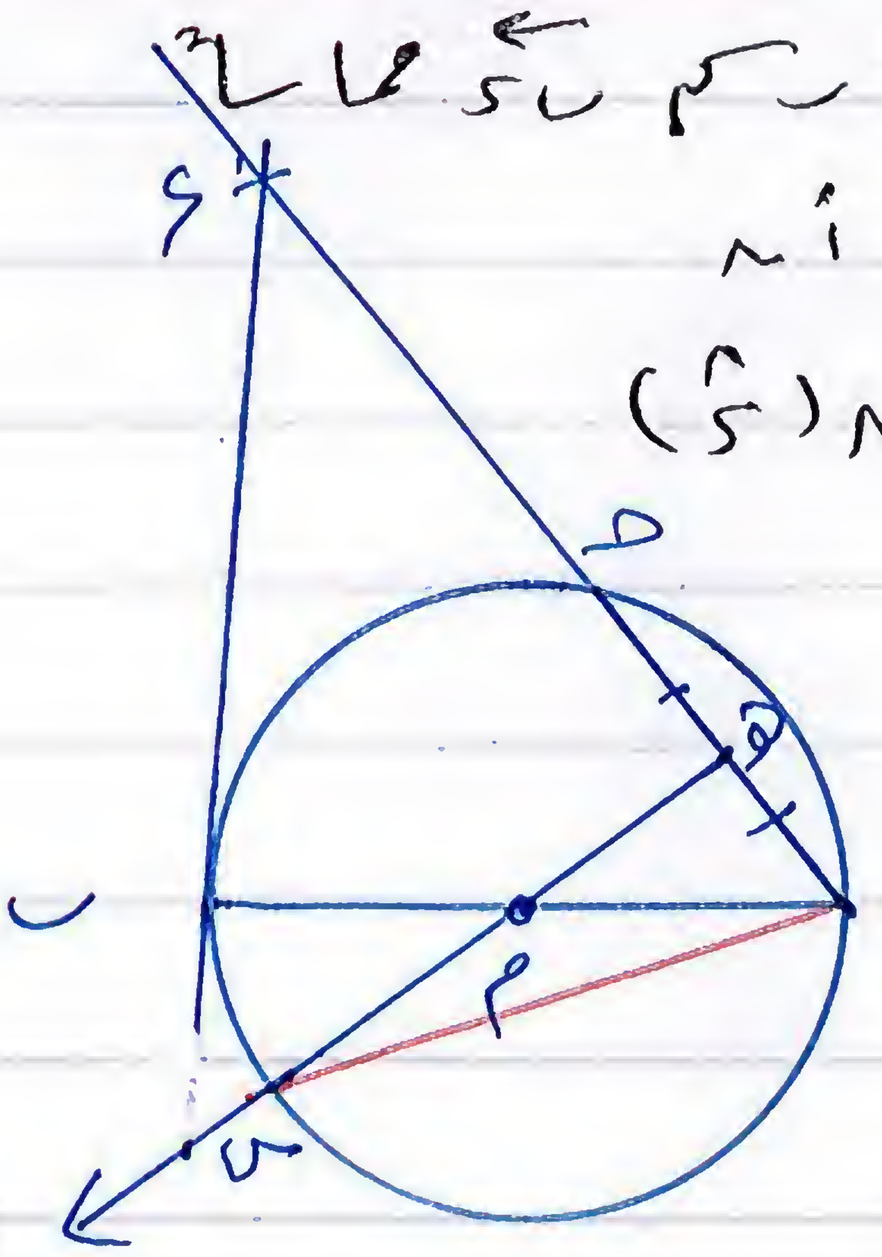


أ/ أحمد

الحل ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$
∵ ص منتصف $\overline{أد}$ ∴ $\overline{مص} \perp \overline{أد}$
∴ ق(س م̂ ص) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) = ٦٠°
∴ ق(هـ م̂ ء) = ق(س م̂ ص) = ٦٠° بالتقابل بالرأس
∵ م ء = م هـ = نق ، ق(س م̂ ص) = ٦٠°
∴ Δ م هـ ء متساوي الأضلاع ∴ ء هـ = نق



(٢٩) في الشكل المقابل: أثبت أن ق($\overset{\frown}{عهـ}$) = ق($\overset{\frown}{عص}$)
∵ $\overline{سع}$ ، $\overline{سص}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ع ، ص
∴ س ع = س ص
∴ ق(س ع̂ ص) = ق(س ص̂ ع) = (١٨٠ − ٤٠) ÷ ٢ = ٧٠°
∴ ق(ع هـ̂ ص) = ق(س ع̂ ص) = ٧٠° مماسية ومحيطية تحصران $\overset{\frown}{عص}$
∵ ع ص هـ ء رباعي دائري ∴ ق(ع ص̂ هـ) = ١٨٠ − ١١٠ = ٧٠°
∴ ق(ع ص̂ هـ) = ق(ع هـ̂ ص) = ٧٠° ∴ ق($\overset{\frown}{عهـ}$) = ق($\overset{\frown}{عص}$)



(٣٠) $\overline{أب}$ قطر في دائرة م ، $\overline{أجـ}$ وتر فيها ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ، رسم $\overleftrightarrow{بء}$ مماس للدائرة تقطع $\overrightarrow{أجـ}$ في ء ، رسم $\overrightarrow{هـم}$ فقطع الدائرة في س اثبت أن

(١) الشكل م هـ ء ب رباعي دائري (٢) ق(∠ب أ س) = ق(∠ء)

الحل: ∵ هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أجـ}$

∵ $\overleftrightarrow{بء}$ مماس للدائرة م عند ب ∴ $\overline{بم} \perp \overline{بء}$

∴ ق(∠ء هـ م) + ق(∠ء ب م) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

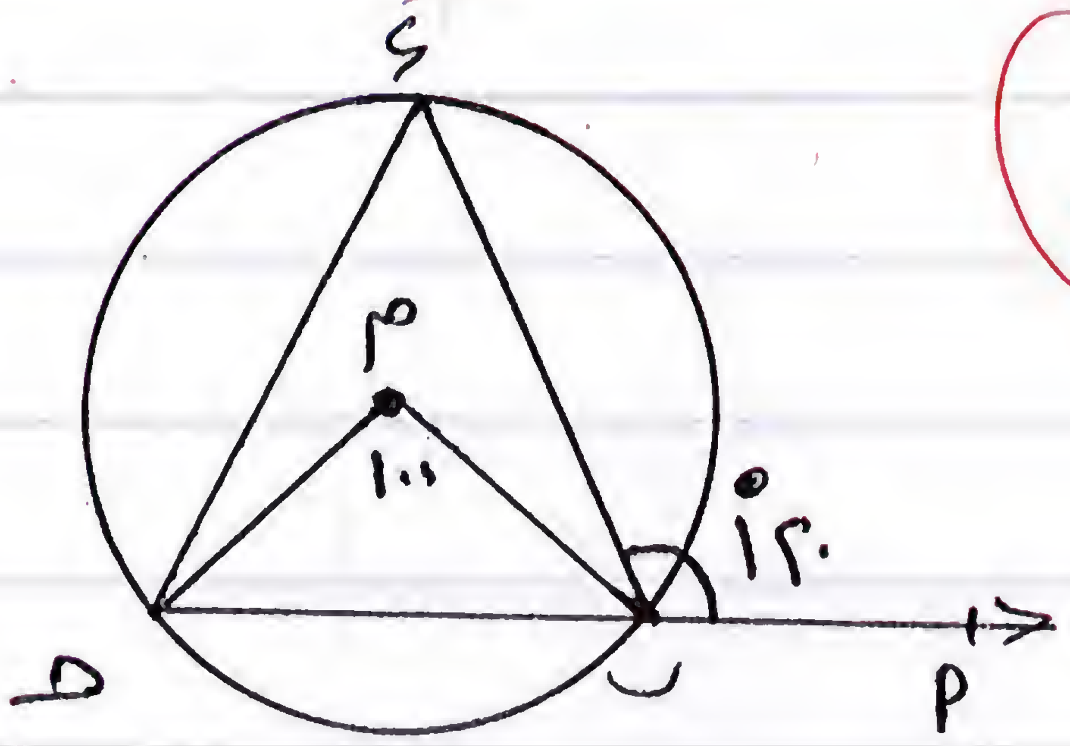
وهما متقابلتان ∴ الشكل م هـ ء ب رباعي دائري

∴ الشكل م هـ ء ب رباعي دائري

∴ ق(∠ب م س) = ق(∠ء) خارجة عن الرباعي الدائري --- (١)

∵ ق(∠ب م س) = ٢ ق(∠ب أ س) ... (٢) مركزية ومحيطية تحصران $\overset{\frown}{بس}$

من (١) ، (٢) ∴ ٢ق(∠ب أ س) = ق(∠ء)



م/ أحمد عمر

(٣١) أوجد بالبرهان: ق(∠ء حـ ب)

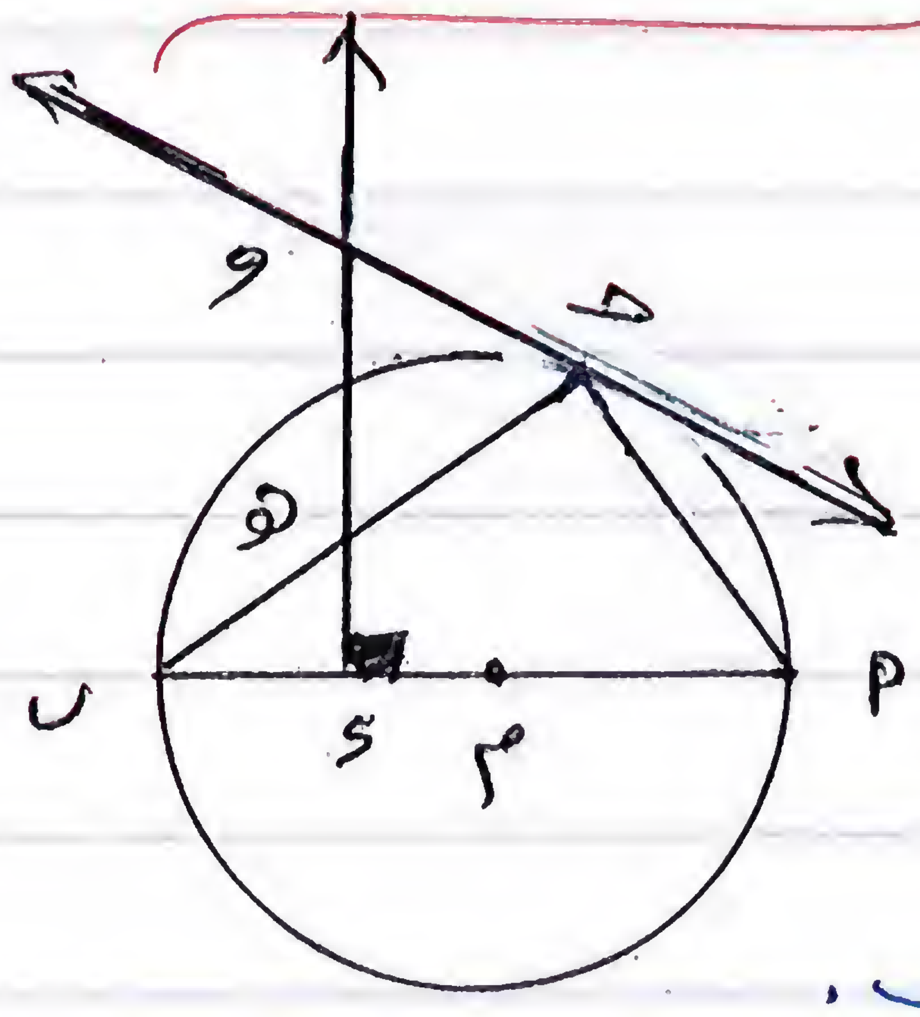
الحل

ق(∠ء) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م حـ) = ٥٠°

محيطية ومركزية تحصران $\overset{\frown}{بحـ}$

∵ ∠أ ب ء خارجة عن △ ء ب حـ

∴ ق(∠ء حـ ب) = ١٢٠ − ٥٠ = ٧٠°



(٣٢) في الشكل المقابل اثبت أن (١) الشكل أ ء هـ حـ رباعي دائري

(٢) و هـ = و حـ

الحل: ∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

∴ ق(∠أ حـ ب) = ٩٠° محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ ق(∠أ حـ هـ) + ق(∠أ ء هـ) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

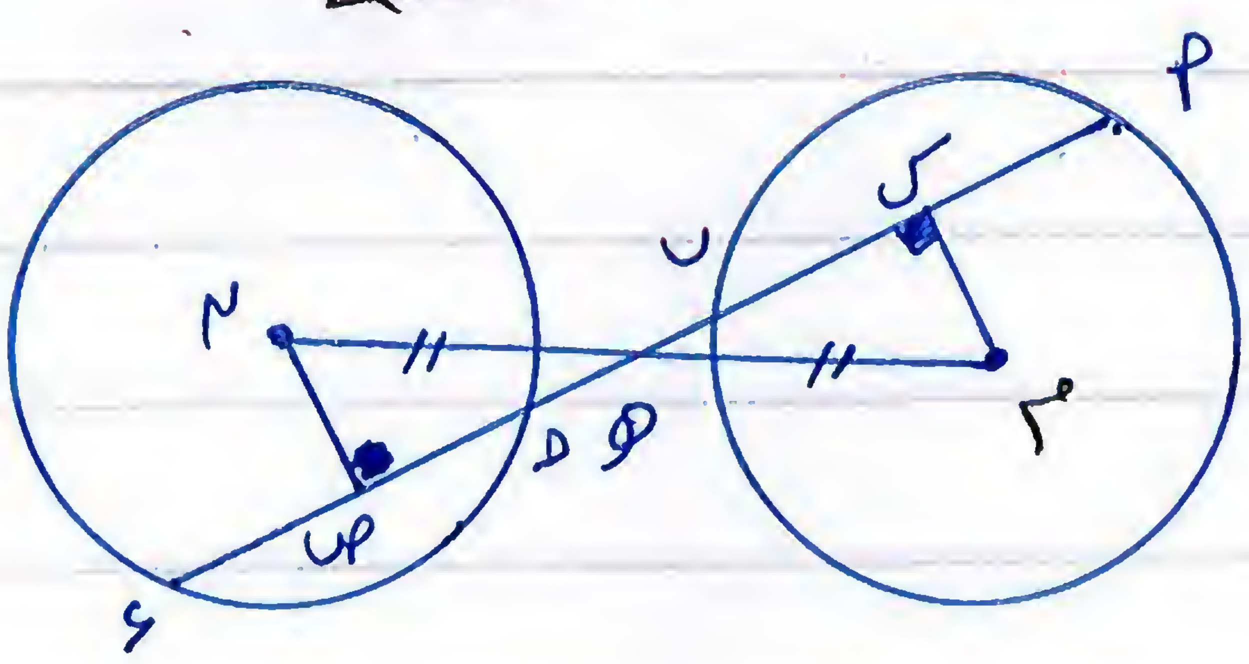
وهما متقابلتان ∴ الشكل أ ء هـ حـ رباعي دائري .

∴ الشكل أ ء هـ حـ رباعي دائري ∴ ق(∠و هـ حـ) = ق(∠أ) ... (١) خارجة

∵ $\overleftrightarrow{حـو}$ مماس ∴ ق(∠و حـ هـ) = ق(∠أ) مماسية ومحيطية ... (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(∠و حـ هـ) = ق(∠و هـ حـ) ∴ و هـ = و حـ #

(٣٣) في الشكل المقابل: دائرتان متطابقتان ومتباعدتان، م س ⊥ أ ب، ن ص ⊥ جـ د، هـ منتصف م ن، اثبت أن أ ب = جـ د



الحل

ΔΔ هـ م س، هـ ن ص فيهما:
م هـ = ن هـ
ق(∠م س هـ) = ق(∠ن ص هـ) = ٩٠°
ق(∠م هـ س) = ق(∠ن هـ ص)

∴ Δ هـ م س ≡ Δ هـ ن ص وينتج من التطابق أن

وينتج م س = م ص

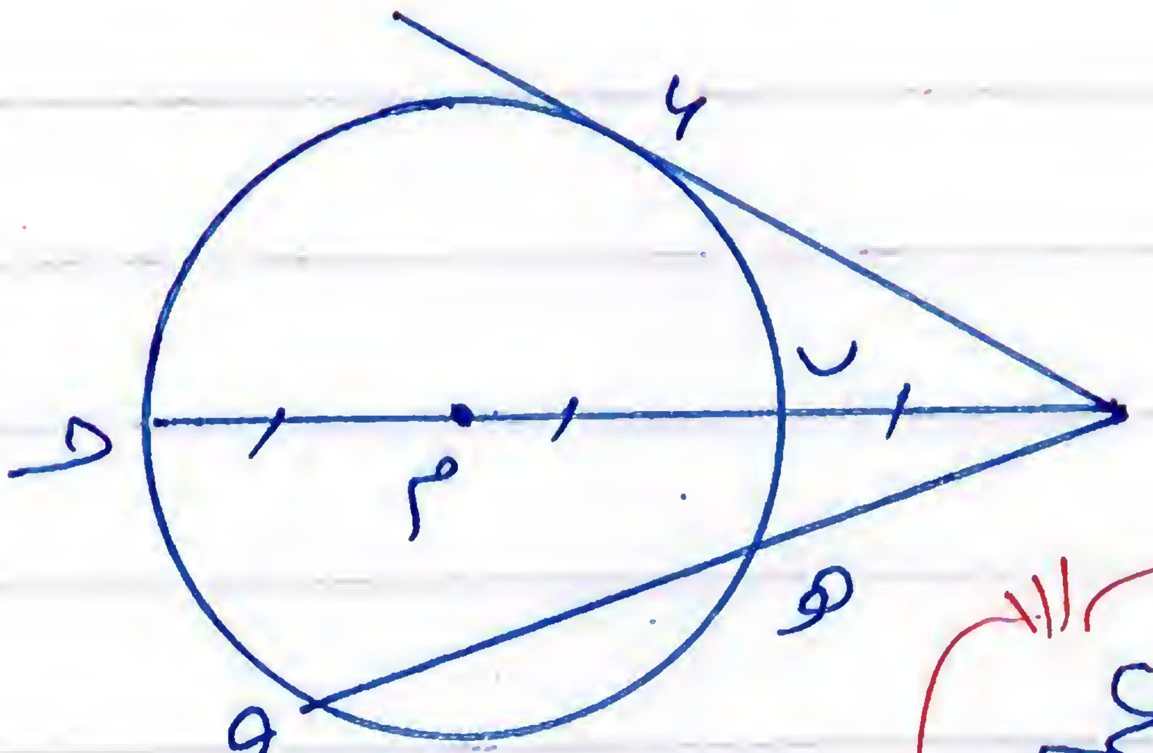
∵ م س ⊥ أ ب، ن ص ⊥ جـ د، م، ن دائرتان متطابقتان

∴ أ ب = جـ د

---

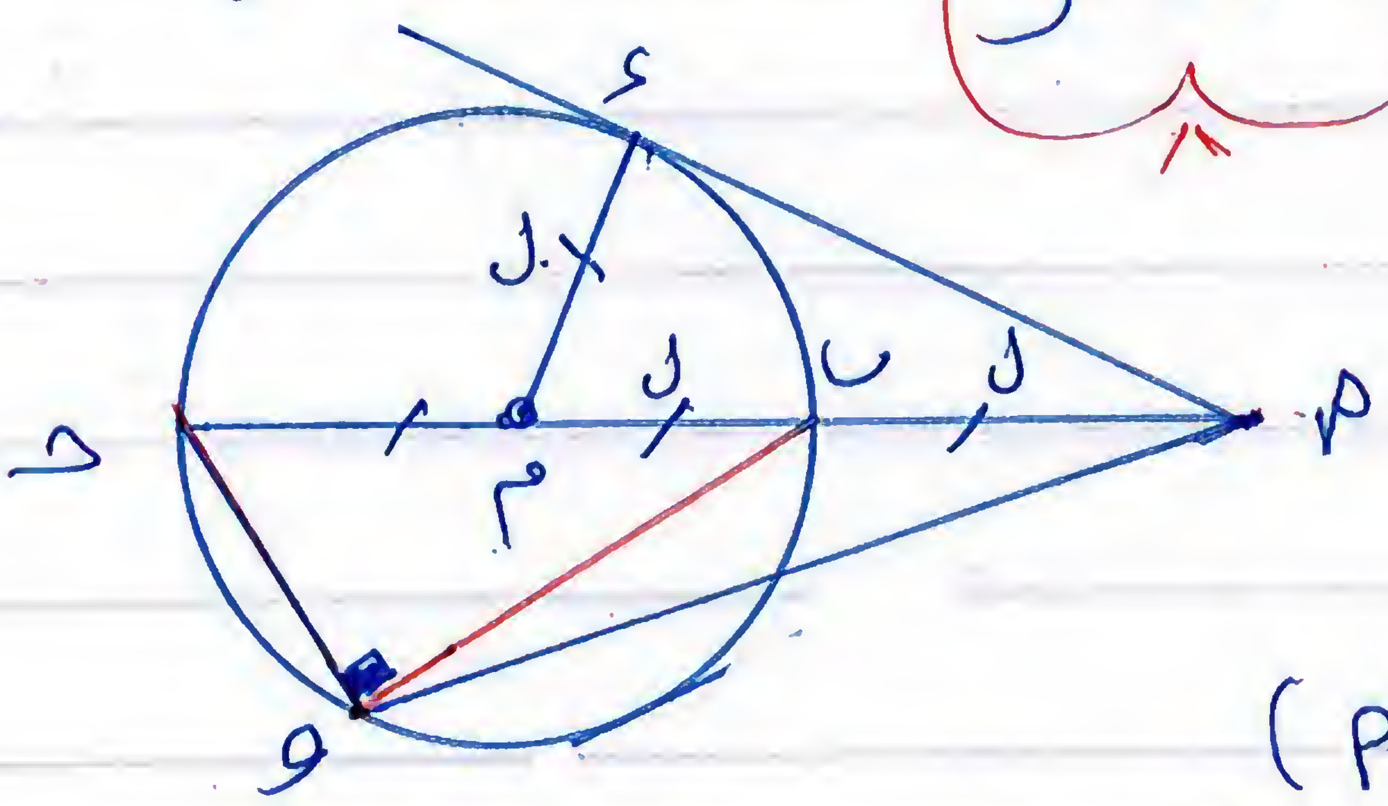
(٣٤) في الشكل المقابل: م دائرة نصف قطرها نق، أ د مماس لها عند د، رسم أ م، أ هـ يقطعان الدائرة في جـ، هـ، و على الترتيب، ب منتصف أ م

اثبت أن ① أ جـ > أ و ② أ د = √٣ نق



م/ احمد عمر

الحل



نصل و ب، و جـ

∵ ب جـ قطر ∴ ق(∠ب و جـ) = ٩٠°

∴ ق(∠ب و جـ) > ق(∠جـ)

∴ ق(∠أ و جـ) > ق(∠جـ)

في Δ أ جـ و ∵ ق(∠أ و جـ) > ق(∠و جـ أ)

∴ أ جـ > أ و ... (أولاً)

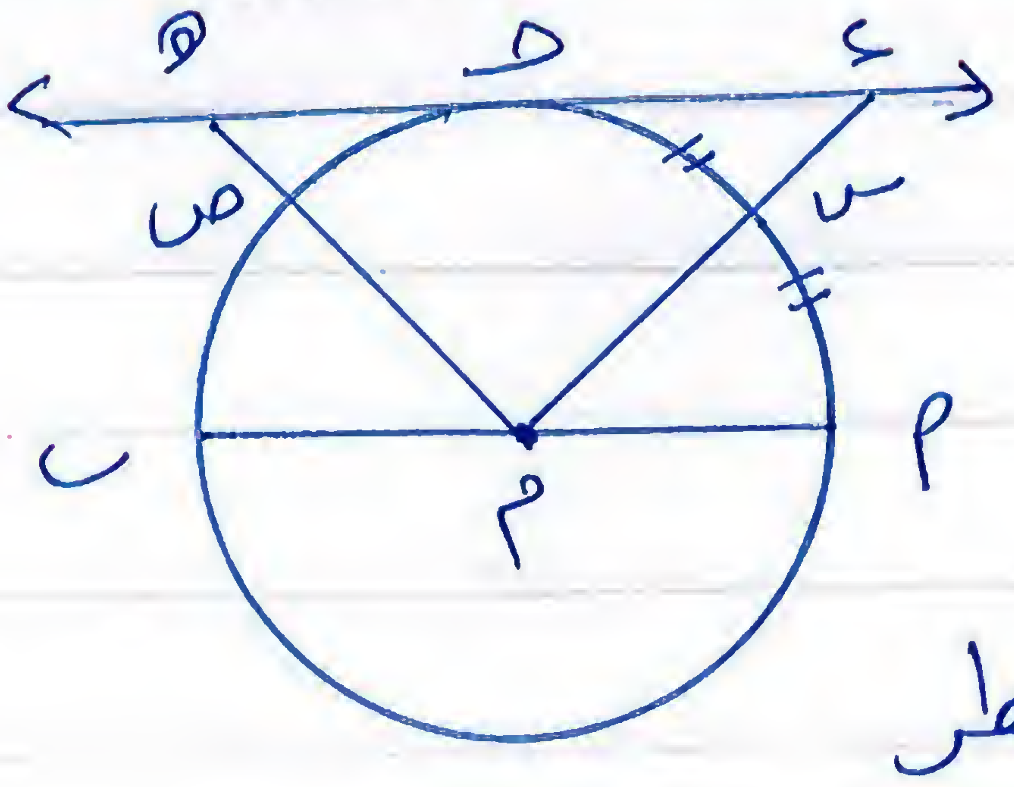
نصل م د ∵ أ د مماس للدائرة عند د ∴ م د ⊥ أ د

في Δ أ د م القائم في د ∴ (أ م)² − (م د)² = (أ د)²

∴ (أ د)² = (٢نق)² − نق² = ٤نق² − نق² = ٣نق²

∴ أ د = √(٣نق²) = √٣ نق = √٣ نق

(٣٥) في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{ده}$ مماس لها عند جـ

$\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{ده}$ ، س منتصف $\overset{\frown}{أجـ}$ ،

ق($\overset{\frown}{ب ص}$) = ٢ ق($\overset{\frown}{جـ ص}$)

أوجد قياسات زوايا △ م د هـ

الحل : ∵ $\overleftrightarrow{ده}$ مماس للدائرة ، $\overleftrightarrow{ده}$ // $\overline{أب}$ ، $\overline{أب}$ قطر

∴ ق($\overset{\frown}{أجـ}$) = ق($\overset{\frown}{جـ ب}$) = ١٨٠ ÷ ٢ = ٩٠°

∵ س منتصف $\overset{\frown}{أجـ}$ ∴ ق($\overset{\frown}{أس}$) = ٩٠ ÷ ٢ = ٤٥°

، ∵ ق($\overset{\frown}{ب ص}$) = ٢ ق($\overset{\frown}{جـ ص}$)

∴ ق($\overset{\frown}{ب ص}$) = $\frac{٢}{٣}$ × ٩٠° = ٦٠°

∴ ق(∠أ م س) = ق($\overset{\frown}{أس}$) = ٤٥° ، ق(∠ص م ب) = ق($\overset{\frown}{ب ص}$) = ٦٠°

∵ $\overleftrightarrow{ده}$ // $\overline{أب}$

∴ ق(∠د) = ق(∠أ م د) = ٤٥° بالتبادل

، ق(∠هـ) = ق(∠هـ م ب) = ٦٠° بالتبادل

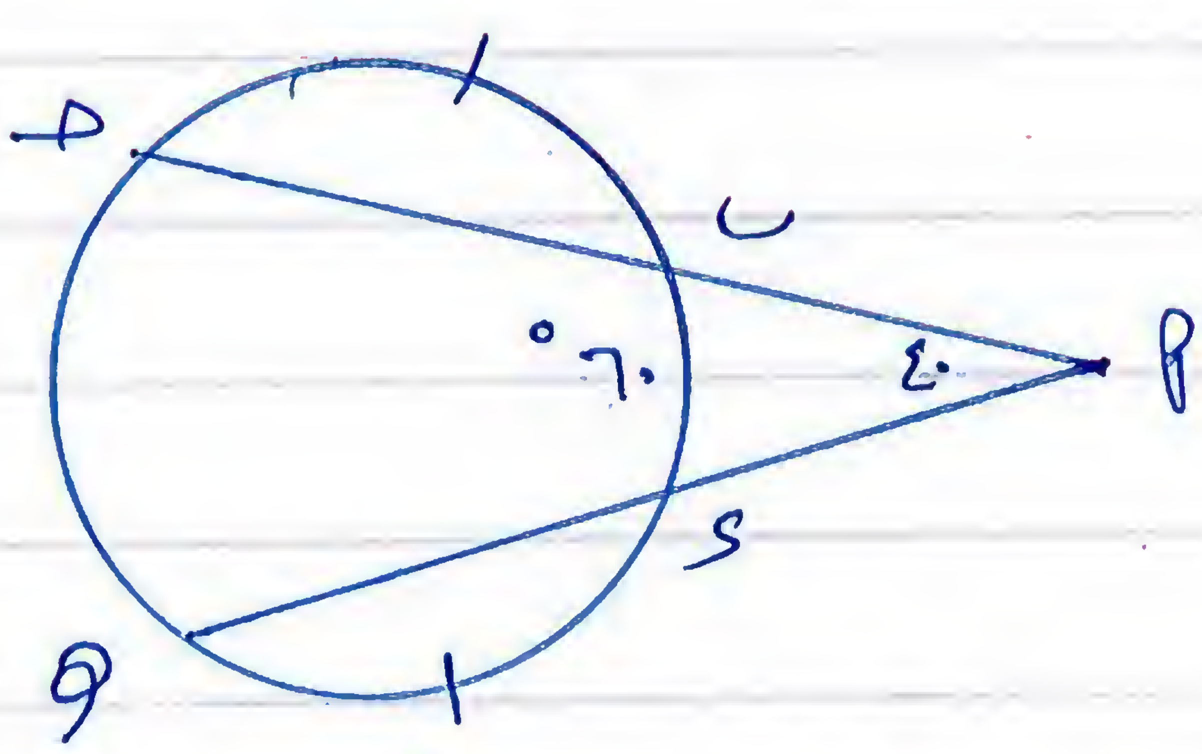
∴ ق(∠د م هـ) = ١٨٠ − (٤٥ + ٦٠) = ٧٥°

أ/ أحمد عمر

(٣٦) في الشكل المقابل : ق(∠أ) = ٤٠° ، ق($\overset{\frown}{ب د}$) = ٦٠°

ق($\overset{\frown}{ب جـ}$) = ق($\overset{\frown}{د هـ}$) أوجد بالبرهان

ق($\overset{\frown}{هـ جـ}$) ، ق($\overset{\frown}{ب جـ}$)



الحل : ∵ $\overleftrightarrow{جـ ب}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـ د}$ = {أ}

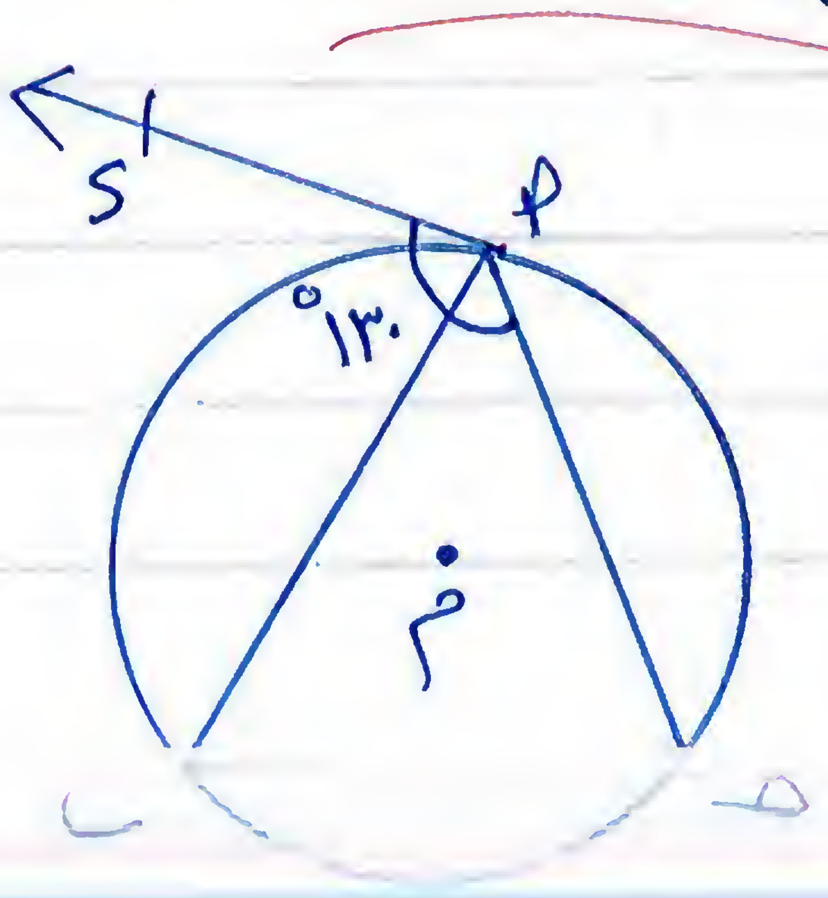
∴ ق(∠أ) = $\frac{١}{٢}$ [ق($\overset{\frown}{جـ هـ}$) − ق($\overset{\frown}{ب د}$)]

∴ ق($\overset{\frown}{جـ هـ}$) = ٢ ق(∠أ) + ق($\overset{\frown}{ب د}$) = ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠°

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠°

∴ ق($\overset{\frown}{ب جـ}$) = ق($\overset{\frown}{د هـ}$) = $\frac{٣٦٠ - (١٤٠ + ٦٠)}{٢}$ = $\frac{٣٦٠ - ٢٠٠}{٢}$ = ٨٠°

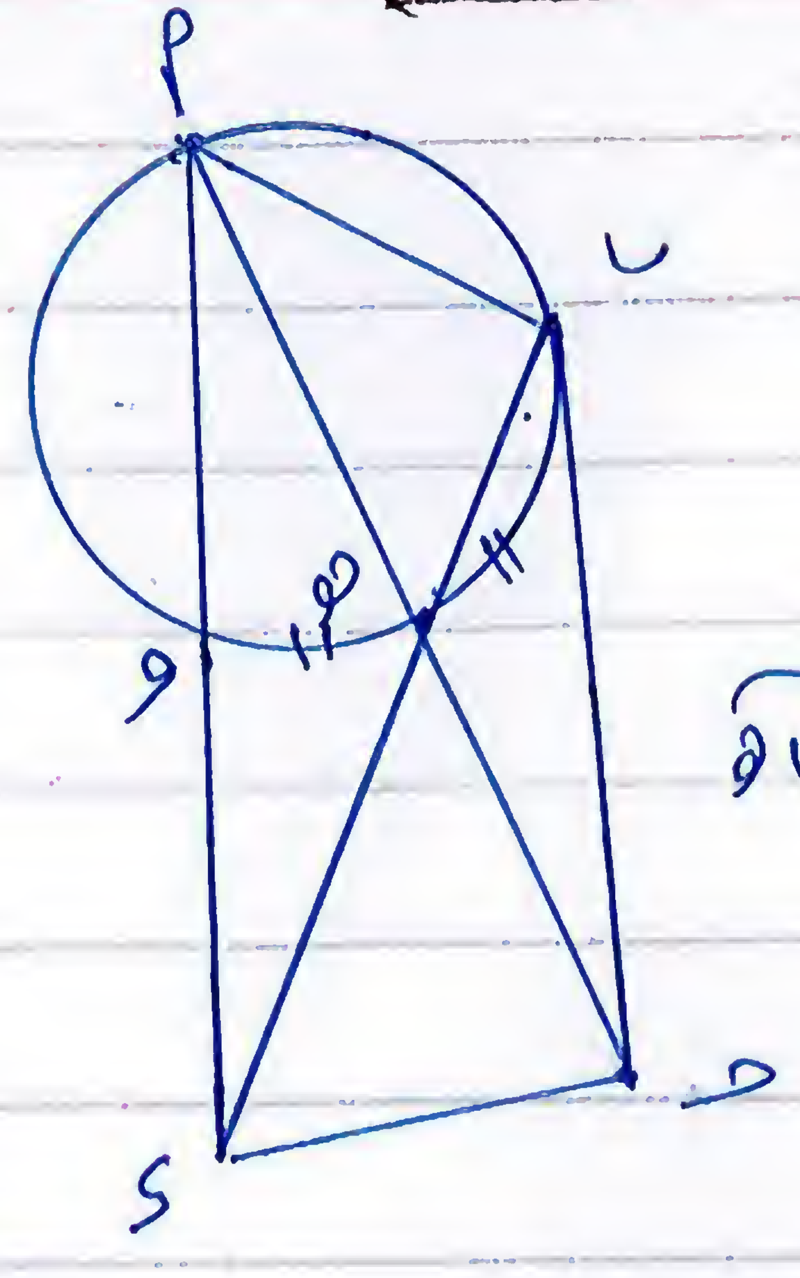
(٣٧) $\overrightarrow{أد}$ مماس للدائرة م عند أ أوجد بالبرهان ق(∠ب)



الحل ق($\overset{\frown}{أ ب جـ}$) = ٢ ق(∠د أ جـ) = ٢ × ١٣٠ = ٢٦٠° (مماسية)

∴ ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) الأصغر = ٣٦٠ − ٢٦٠ = ١٠٠°

∴ ق(∠ب) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{أ جـ}$ الأصغر) = ٥٠° (محيطية)



(٣٨) من الشكل المقابل: ب جـ تمس الدائرة عند ب
إذا كانت هـ منتصف ب و أثبت أن:
الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

الحل: ∵ ب جـ مماس للدائرة عند ب

∴ ق(∠جـ ب هـ) = ق(∠ب أ هـ) ... (١) مماسية ومحيطية تحصران ب و

∵ هـ منتصف ب و ∴ ق(ب هـ) = ق(هـ و)

∴ ق(∠ب أ هـ) = ق(∠هـ أ و) ... (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(∠جـ ب د) = ق(∠جـ أ د)

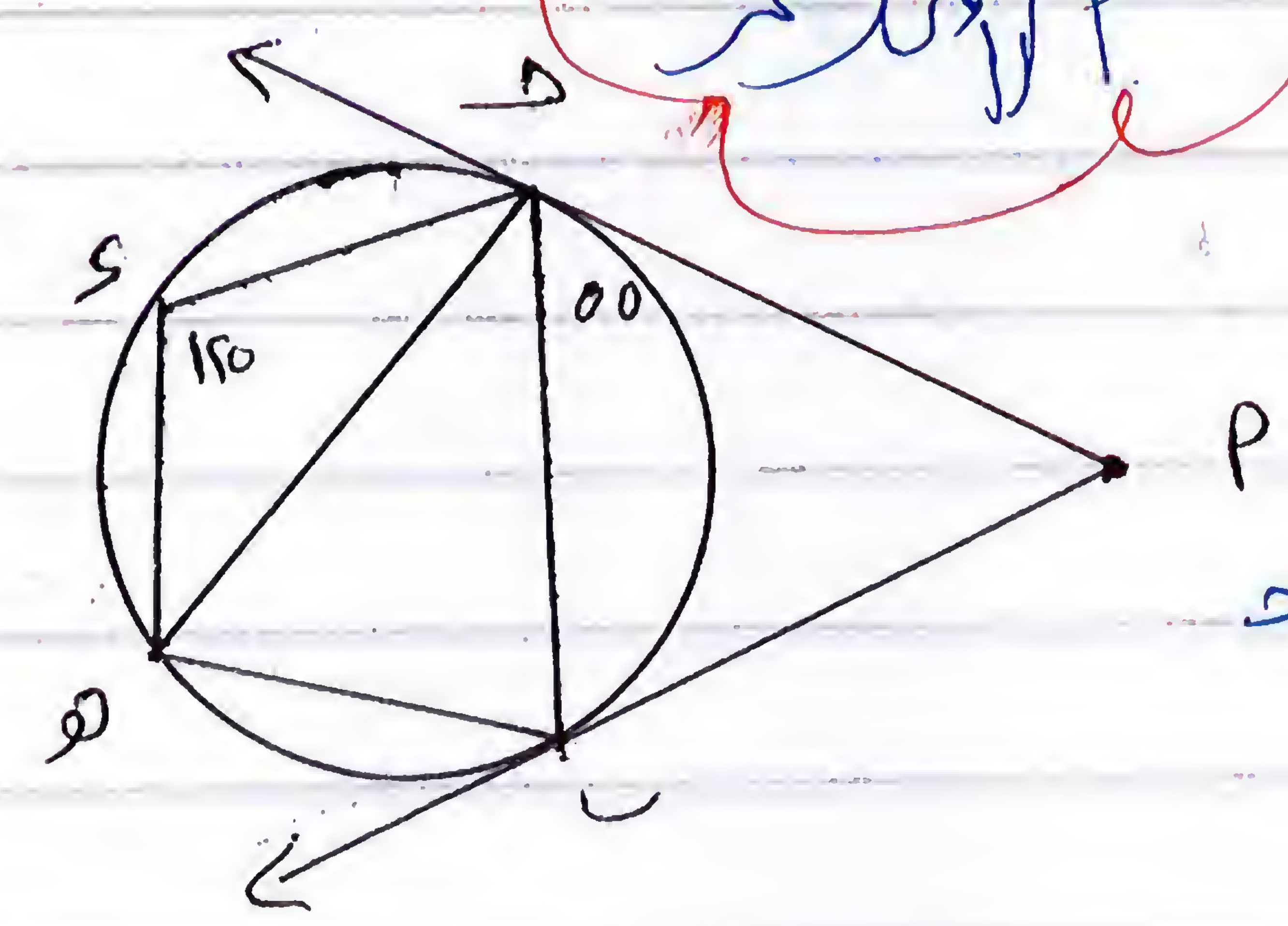
وهما مرسومتان على جـ د وفي جهة واحدة منه ∴ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

أ/ أحمد

(٣٩) من الشكل المقابل: أ ب ، أ جـ مماسين للدائرة عند ب ، جـ ، ق(∠أ جـ ب) = ٥٥° ، ق(∠جـ د هـ) = ١٢٥°

(١) أثبت أن: أ جـ // ب هـ (٢) أوجد ق(∠أ)

(٣) أثبت أن جـ ب = جـ هـ



الحل: ∵ أ ب ، أ جـ مماستان للدائرة عند ب ، جـ

∴ أ ب = أ جـ

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠أ ب جـ) = ٥٥°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٥٥ + ٥٥) = ٧٠° ― (أولاً)

∵ ب هـ د جـ رباعي دائري

∴ ق(∠ب) = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥° (متقابلتان)

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠جـ ب هـ) = ٥٥° وهما في وضع تبادل

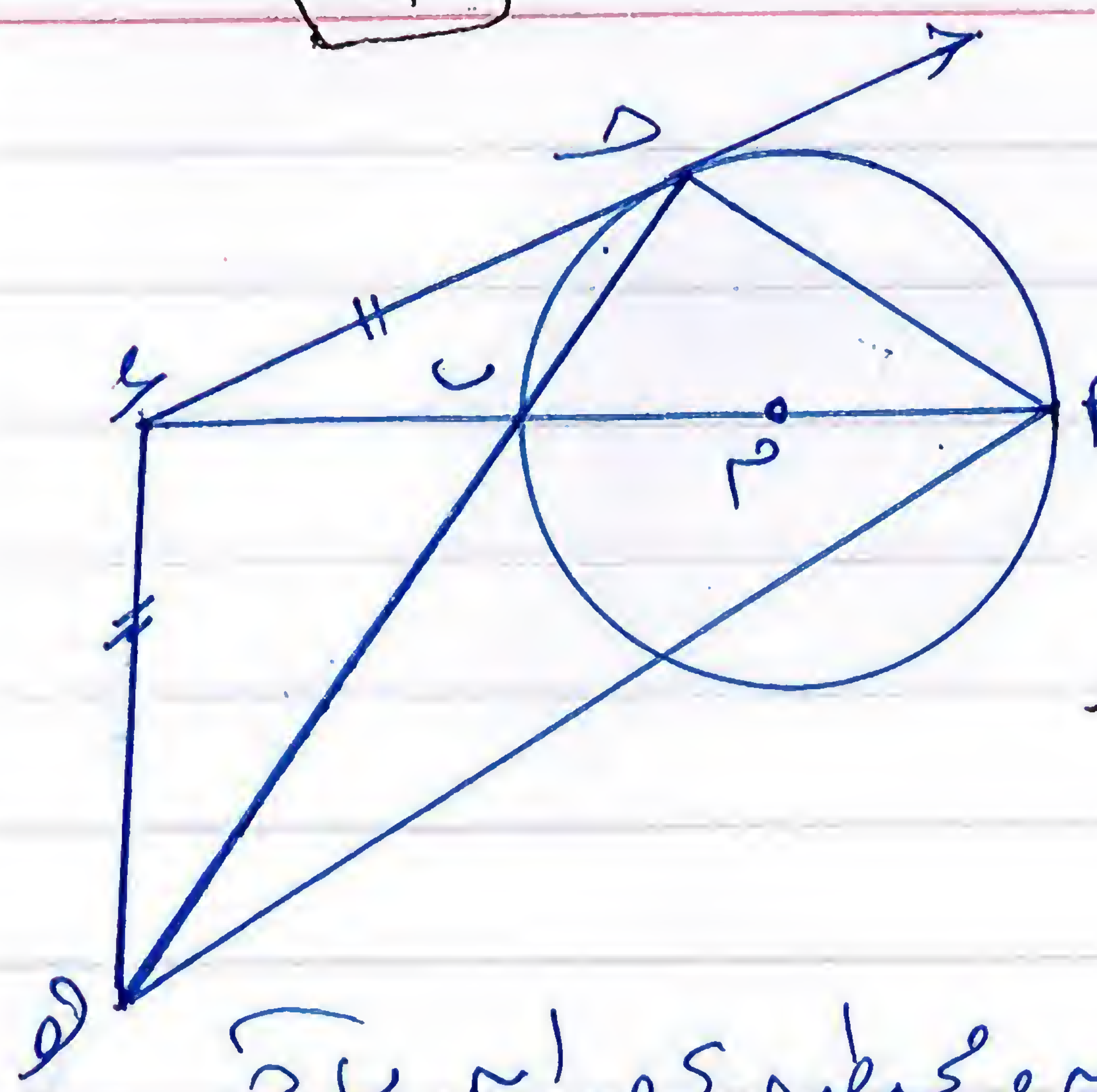
∴ أ جـ // ب هـ ... (ثانياً)

∵ ق(∠جـ هـ ب) = ق(∠أ جـ ب) = ٥٥° مماسية ومحيطية تحصران ب جـ

∴ ق(∠جـ ب هـ) = ق(∠جـ هـ ب) = ٥٥°

∴ جـ ب = جـ هـ ... (ثالثاً)

(٢٣)



(٤٠) من الشكل المقابل

أب قطر في الدائرة م ، ء جـ = ء هـ ،
ء جـ مماس للدائرة م عند جـ . اثبت أن :

① أ جـ ء هـ شكل رباعي دائري
② أهـ قطر الدائرة الخارجة للشكل أ جـ ء هـ
③ ء هـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، هـ

الحل

∵ ء جـ مماس للدائرة عند جـ
∴ ق(∠ء جـ ب) = ق(∠جـ أ ب) ...① مماسية ومحيطية يحصران ب جـ
في Δ ء جـ هـ ∵ ء هـ = ء جـ
∴ ق(∠ء جـ هـ) = ق(∠ء هـ جـ) ...② من ①، ②
∴ ق(∠جـ أ ء) = ق(∠جـ هـ ء)
وهما مرسومتان على جـ ء ومن جهة واحدة منه
∴ الشكل أ جـ ء هـ رباعي دائري ...(أولاً)
∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠أ جـ ب) = ٩٠°
∴ ق(∠أ جـ هـ) = ٩٠° وهي مرسومة على أهـ
∴ أهـ قطر الدائرة الخارجية للشكل أ جـ ء هـ ...(ثانياً)
∵ الشكل أ جـ ء هـ رباعي دائري
∴ ق(∠هـ أ ء) = ق(∠هـ جـ ء) مرسومتان على هـ ء ...③
من ②، ③

∴ ق(∠ء هـ جـ) = ق(∠هـ أ ء)
∴ ء هـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ، ب، هـ

مع أطيب الأمنيات
بالتوفيق
م/ أحمد عمر